

有限长线接触弹流理论研究的最新进展

王志坚¹, 沈雪瑾^{1*}, 陈晓阳¹, 周越¹, 华同曙²

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072;

2. 常州大学 机械工程学院, 江苏 常州 213000)

摘要: 在课题组已发表综述的基础上查阅了近二十年来的公开文献, 系统总结了有限长线接触弹流理论的最新发展, 着重介绍了现阶段有限长线接触弹流研究的主要方向, 包括热效应、非牛顿流体、偏歪斜工况、脂润滑、端部自由表面、镀层、乏油等; 分析了最新的研究热点, 包括润滑分析与动力学分析的耦合、疲劳寿命的预测、并行算法等问题; 给出了有限长弹流理论仍需深入研究的几个方面, 随着我国产品由量到质的转变, 精度、寿命的要求越来越高, 如何方便的将理论研究移植到产品开发过程, 已经成为一个迫切需要解决的问题。

关键词: 有限长弹流; 偏歪斜; 端部自由表面; 摩擦力; 磨损; 动力学

中图分类号: TH133.33

文献标志码: A

文章编号: 1004-0595(2016)01-0117-15

Recent Progress of Elastohydrodynamic Lubrication of Finite Line Contacts

WANG Zhijian¹, SHEN Xuejin^{1*}, CHEN Xiaoyang¹, ZHOU Yue¹, HUA Tongshu²

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China

2. School of Mechanical Engineering, Changzhou University, Changzhou 213000, China)

Abstract: Based on the author's laboratory and published literature, the research status of elastohydrodynamic of finite line contacts are summarized and analyzed. The effects of misalignment, skew, end free surface, grease-lubricated, starvation on the film pressure and film thickness were discussed. The current problem was put forward. The recent research hot spots included the prediction of fatigue life, coupled lubrication and dynamics, parallel algorithm and many others. Finally, it is pointed out that more efforts should be made with respect to the research on the EHL of finite line contacts. As domestic products encountered a transformation from quantity to quality, the demand of precision and working life became higher. The application of theoretical research into the product process has been an urgent subject.

Key words: EHL finite line contacts, misalignment, skew end free surface, friction, wear, dynamics

弹性流体动力润滑(简称弹流)理论属于润滑理论的一部分。1886年, Osborne Reynolds^[1]建立了油膜润滑理论的基础, 随后滑动轴承技术飞速发展。20世纪前期人们一直试图仅仅用动压润滑理论去解释在高副接触中的有效润滑(见图1), 计算所得的油膜厚度非常薄, 低于接触表面的粗糙度, 不足以支撑起部件^[2]。但即使在恶劣工况下, 部件也能工作一段时间。因此

人们相信在高副接触中, 必然也存在一层油膜, 完全隔开接触面, 防止直接接触, 它的成膜机理如何? 直到1949年, Grubin^[3]在考虑润滑剂的黏压效应以及接触体的表面弹性变形的基础上, 将Reynolds方程和Hertz接触理论耦合起来进行开创性研究, 从而奠定了弹流理论的基础。图2是典型的弹流油膜特征图, 在油膜出口区出现紧缩现象, 在紧缩附近有二次压力峰存在。

Received 18 March 2015, revised 4 May 2015, accepted 23 June 2015, available online 28 January 2016.

* Corresponding author. E-mail: shenxj@i.shu.edu.cn, Tel: +86-18801928628.

The project was supported by the National Key Research Program of China (D50-0109-12-001).

国家重点科研项目(D50-0109-12-001)资助。



Fig. 1 The classical EHL contact pairs^[4]
图1 典型的EHL接触零件^[4]

近年来,节能减排的要求促使企业生产出成本更低、效率更高、环境友好型的产品,因此,相应的零件也应具有更优的性能.而当零件几何尺寸确定后,零件的承载能力、效率、寿命可靠性等宏观性能很大程度上取决于零件在相关作用面上的微观特性^[6].而弹流润滑是界面组成中不可或缺的一部分,受到了广泛关注.弹流润滑理论根据接触方式不同,分为点接触和线接触弹流理论,长期以来点接触弹流理论受到广泛关注,而线接触弹流理论的研究大多以无限长线接触弹流理论代替,但在实际应用中,有限长线接触副的端部往往最先失效.根据静弹性接触理论^[7],直母线轮廓在其端部会出现“边缘效应”,需通过适当修形来减小或消除,从而改善接触副的摩擦学性能,延长其使用寿命.1939年, Lundberg根据静弹性接触理论,发现对数母线轮廓能够实现轴向均布压力^[8].但工程零部件大多工作在润滑条件下,受到速度、润滑剂以及动态效应的影响,因此上述的最优修形是否适合现有工况,还需进一步研究.

有限长线接触副弹流的研究历史最早可追溯到1967年, Gohar和Cameron^[9]对直母线滚子修形前后的

弹流油膜厚度和膜形进行了滑动状态下的光干涉试验对比研究,首次给出了端部修形滚子在滑动工况下的重要弹流图像,见图3. 1974年, Wymer和Cameron^[10]在Foord等^[11]发明的镀膜技术基础上,采用柔性局部加载技术,通过光干涉试验调查了纯滚动条件下的有限长线接触弹流.他们测量了圆锥滚子和玻璃平面之间的油膜厚度,结果表明滚子端部的油膜形状与中部有较大差别,并且最小油膜厚度出现在滚子端部,而非滚子中部的出口区,见图4.至此,人们开始

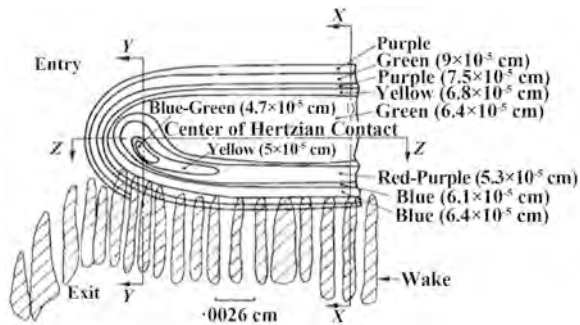


Fig. 3 The film contour map of the profiled roller^[5]
图3 修形滚子油膜等高图^[9]

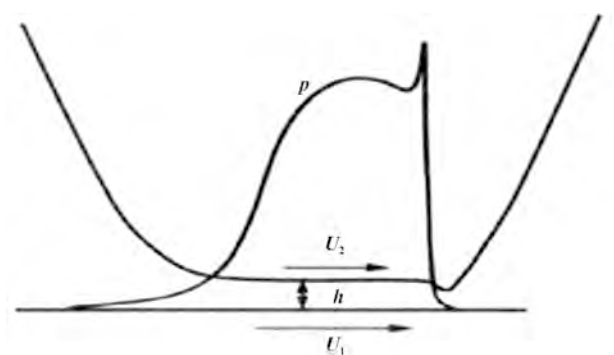


Fig. 2 The classical film characters^[5]
图2 典型油膜特征图^[5]

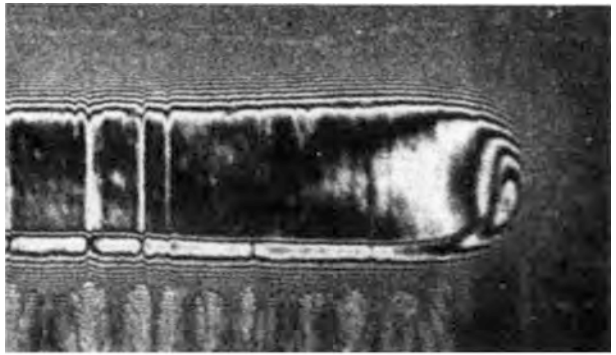


Fig. 4 The interferograms of the profiled roller end^[10]
图4 修形滚子端部干涉条纹图^[10]

思考从理论上解决这个问题, 它的发展大体可以分为三个阶段: 1990年以前、1990~2000年、2000年至今。

本文中将在文章“有限长线接触弹流润滑的现状与展望(1997, 摩擦学学报, 17: 281–288)”的基础上, 介绍近20年有限长线接触弹流理论的研究方法以及影响因素的最新发展, 系统阐述现阶段的主要研究方向, 对其做出评价, 提出仍需解决的关键问题, 并展望未来发展趋势。

1 有限长线接触弹流研究的近期发展概况

近年来, 随着我国市场经济的发展和工业技术的变革, 关键零部件(滚动轴承、齿轮)的性能已经成为

国内航空、高铁等行业发展的瓶颈, 而有限长线接触弹流作为支撑其发展的基础理论, 已受到越来越多的学者关注. 图5是关于有限长弹流理论国内外发表的文献数, 由图5可知有限长线接触弹流理论研究发表论文数有逐年增加的趋势, 尤其是近四年来研究数量大幅增加, 并且国内文献发表数也首次超过国外. 国内的主要研究单位包括北京理工大学、重庆大学、青岛理工大学、四川大学和上海大学等. 研究范围包括考虑热效应、偏歪斜工况、端部自由表面、润滑分析与动力学分析的耦合等, 见图6. 但是通过检索国内文献也发现, 国内文献基础理论的重复性研究相对较多, 应注意由量到质的转变。

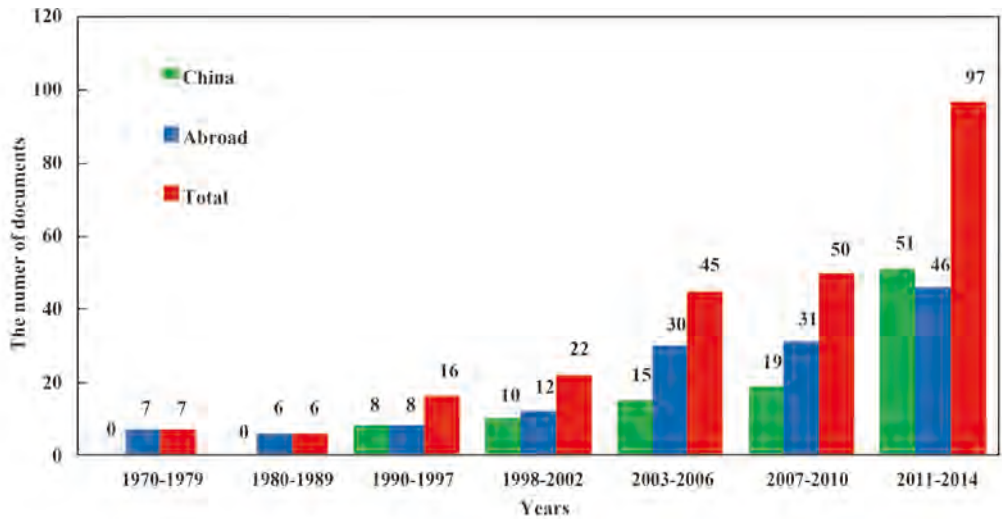


Fig. 5 The document statistics of the finite EHL theory
图5 有限长线接触弹流理论文献数统计(数据来源: 读秀学术搜索(1970–2014年))

2 有限长线接触弹流研究近期的主要方向

21世纪以来, 随着计算机技术爆炸性的飞速发展以及先进的数值计算方法层出不穷, 有限长弹流的研究已经从考虑简单单一因素发展到考虑多因素的耦合作用, 例如把复杂的粗糙表面直接数字化离散模拟、考虑有限长线接触副中普遍存在的偏歪斜工况等. 复杂的实际工况促使了这方面的研究论文很多, 以下将对本人所在课题组的研究工作以及最近的研究热点进行简单阐述.

2.1 热效应、非牛顿流体

经典的等温和牛顿流体弹流理论, 只有在纯滚动工况下才能得到相对精确解, 当有滑动出现时, 对于预测油膜厚度以及摩擦力是不够准确的^[12]. 在实际应用中, 纯滚动工况很少发生, 因此, 热效应与润滑剂的非牛顿性在弹流分析中不能被忽略. 刘晓玲^[13]最先在

有限长弹流中考虑热效应, 并且将多重网格法运用到有限长弹流中. 随后, 孙浩洋、陈晓阳^[14–15]等对不同修形滚子、低速重载工况做了进一步讨论. 文献[16]采用Ree-Eyring流体进行了有限长弹流分析.

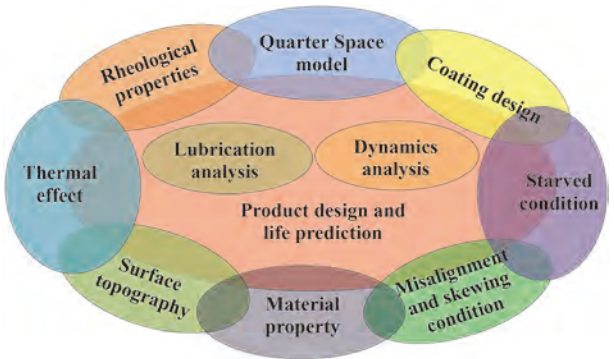


Fig. 6 The main research area of the finite EHL
图6 有限长弹流主要研究领域

总结上述文献,一些有价值的结论总结如下:

1. 在大滑滚比的工况下热解与等温解有较大差别,热解的膜厚显著小于等温解的结果,压力也小于等温解的对应结果,且二次压力峰向中心区域移动.
2. 修形滚子端部具有“封油效应”,相交圆弧滚子使滚子端部出现两次轴向颈缩,轴向颈缩和径向颈缩共同阻碍了润滑油的流动从而增加膜厚.
3. 提出了凸度量最佳取值区间的概念,更便于工程应用.区间的上下限分别由压力分布和油膜分布确定.
4. 采用非牛顿流体进行计算,显著影响润滑油的温升和摩擦力的预测,对压力和膜厚的影响较小.

2.2 偏歪斜工况

滚子轴承是有限长线接触副中一类重要应用.在实际工况下,滚子轴承或多或少的处于偏歪斜工况下.偏斜产生的原因包括:轴的变形、轴承中心不对中、内圈(或外圈)倾斜等,见图7.偏斜将产生一个不容忽视的力矩载荷,降低了滚子轴承的使用寿命^[17].偏斜的存在又会进一步造成歪斜的发生,另外当滚子轴承承受轴向载荷时也将产生歪斜力矩,如图8所示.一些早期的文献,像Johns^[18]、Gohar^[19]等,仅仅在干接触情况下建模,后来将润滑考虑进去,像Kushwaha^[20]、Panovko^[21]、吕琦^[22]、刘晓玲^[23]、王志坚^[24]、Park^[25]等.通过研究发现偏转角越大,最小油膜厚度越小,偏磨越严重.并且随着长径比的增加,接触长度增加,端部膜厚降低,对偏斜更加敏感.

近期,刘晓玲^[26]在润滑模型中考虑了歪斜的作用,模拟滚子与内外圈的接触.分析了歪斜角对成膜能力以及油膜压力的影响,如图9所示.随着歪斜角的增加,滚子与内圈的油膜压力增加,而与外圈的油膜压力减小,这主要是由内外圈滚道的结构决定的,即内圈是

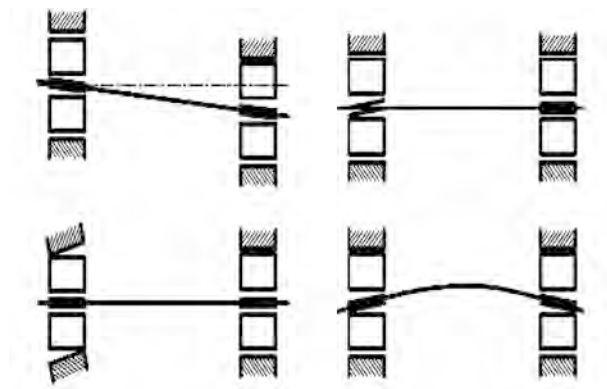


Fig. 7 Types of misalignments^[17]
图7 轴承偏斜的类型^[17]

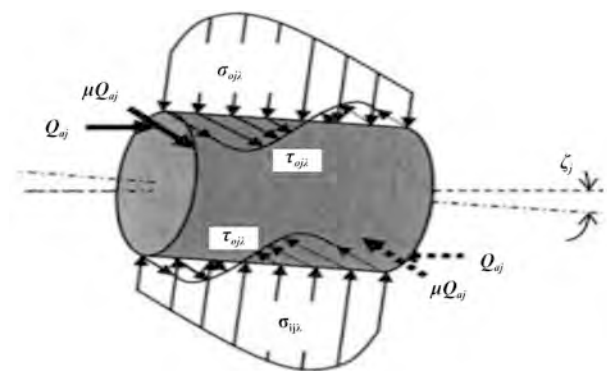


Fig. 8 The skew of radial and thrust loaded roller^[17]
图8 联合作用载荷下滚子轴承的歪斜^[17]

外凸轮廓,外圈是内凹轮廓.

需要指出的是,在上述数值模拟中均将偏斜和歪斜分开考虑,而在实际工况中,偏歪斜一般是同时存在的.因此,有限长线接触副偏歪斜工况下的弹流特性有待进一步研究.

2.3 端部自由表面

线接触副的长度均为有限长,必然存在端部自由

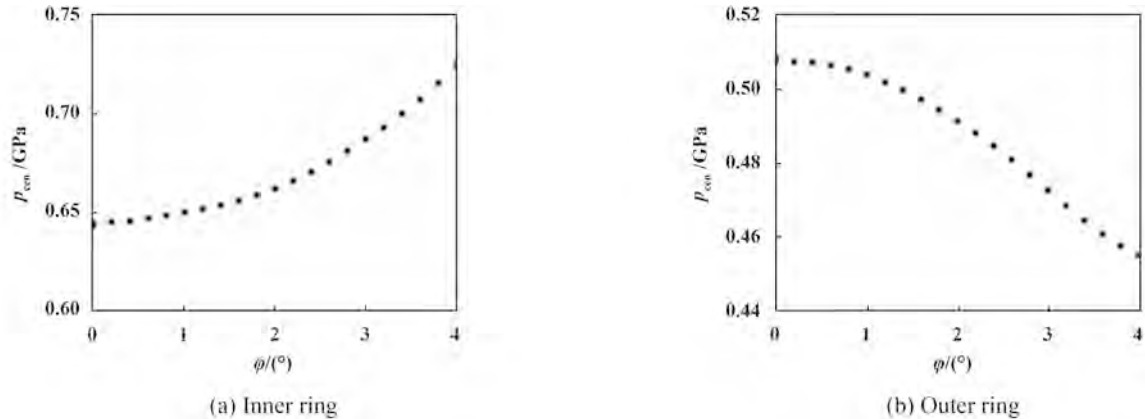


Fig. 9 The central film pressure in different skew^[26]
图9 中心油膜压力随歪斜角的变化^[26]

表面. 在干接触条件下, 端部自由表面对受载表面的变形有显著影响^[27]. 但传统的接触分析都是基于经典的弹性半空间理论, 求得压力与变形的关系, 而这种关系会导致变形计算在自由表面端部产生误差, 进而影响压力值的求解. 事实上, 由于端部自由表面垂直于长度方向, 属于四分之一空间问题. Hetenyi^[28-29]使用不断重叠两个半无限体的方法求得了四分之一空间中的内部力. 使用这种方法, 自由表面的边界条件能够完全满足, 但是如果如果没有快速算法, 需要大量的计算时间. Raynald^[30-31]等根据Hetenyi的修正过程推导了修正系数去释放自由表面, 但是在不同的位置, 自由表面的影响应该不同, 此种方法不能准确的反应自由表面的影响. 因此, 如何快速的模拟Hetenyi修正过程是一项急需解决的问题. 王文等^[32-33]通过离散化求得了Hetenyi修正过程的最终矩阵表达式, 省去了迭代过程. 王战江等^[34]应用等效夹杂的方法去处理两个相关联的四分之一空间, 将其中一个弹性体的材料参数设为零. 2014年, Najjari等^[35]采用Raynald的方法首次处理了考虑端部自由表面影响的有限长弹流问题, 对比了是否考虑端部自由表面对油膜压力和油膜厚度的影响, 如图10所示. 随着速度的增加, 端部油膜厚度差异变大; 考虑端部自由表面的影响, 端部油膜厚度较厚. 但Raynald的方法只是近似处理, 完全准确的数值解还未出现, 有待研究.

2.4 脂润滑

润滑脂是最为常用的润滑材料之一. 据估计, 80%以上的滚动轴承采用脂润滑. 脂润滑属于非牛顿流体, 具有独特的流变特性. 独特的流变特性决定了润滑脂与润滑油相比具有独特的润滑性能^[36]. 对于有限长脂润滑的弹流理论研究, 国内外涉及较少, 大多针对点接触和无限长线接触^[37-41]. 关于试验研究, 帝国理工大学的Cann^[42-44]以及清华大学的李刚博士^[36]做了

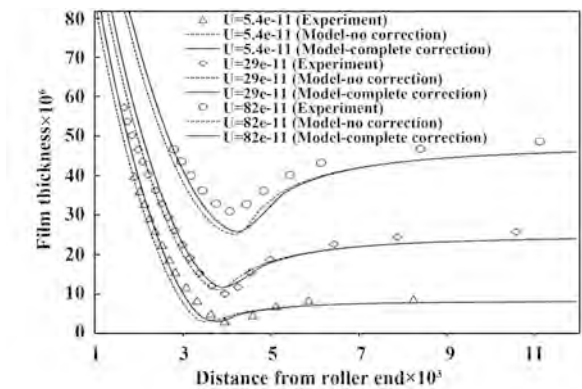


Fig. 10 Film thickness in the axial direction^[35]
图10 轴向方向油膜厚度图^[35]

相关研究. 发现:

1. 屈服应力对整体油膜厚度的影响不大; 速度对油膜厚度的影响较大; 最小油膜厚度随载荷的增加而减小; 富脂工况下, 油膜厚度主要取决于接触油的黏度以及皂化剂的浓度.
2. 乏油条件下, 在滚动速度比较低的时候, 析出的油有足够的时间流入接触区域内. 因此油膜厚度反而较高, 如图11所示.
3. 运行开始时, 脂的油膜厚度高于相应基础油的油膜厚度, 但运行一段时间后由于脂的剪切恶化, 油膜厚度会减薄.

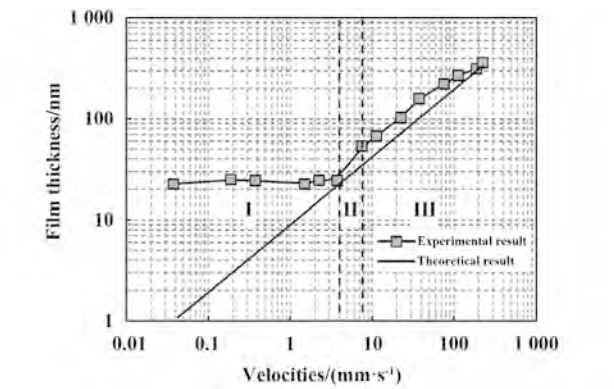


Fig. 11 The central film thickness in different velocities^[36]
图11 中心膜厚随卷吸速度的变化^[36]

文献[16]对脂润滑采用Power-law流变模型分析了有限长弹流特性, 得出随着流变指数 n 增加, 润滑膜厚明显降低. 分析知这一结论是有问题的, Power-Law流体的表达式为 $\tau = \phi (\partial u / \partial z)^n$, 等效黏度可表示为 $\eta^* = \phi |\partial u / \partial z|^{n-1}$, 在滚动轴承中, 剪切应变率一般在 10^6 左右, 所以随着流变指数 n 的增加, 等效黏度增加, 油膜厚度应增加.

润滑脂在实际工作时大部分被挤出工作区域, 存在回流机制, 但有限长线接触的回流与点接触的回流有本质区别, 有限长线接触中接触长度远大于接触宽度, 并且存在边缘效应, 因此对于有限长线接触脂润滑弹流的回流机制还需进一步研究. 并且润滑脂存在复杂的物理化学变化, 像触变性(脂在固定的剪应变率下流动时, 随着剪切时间的延长, 剪切力会逐渐变小, 即粘度随剪切时间而降低), 在现有的脂润滑弹流理论中还不能模拟, 因此可以考虑在理论计算中, 增加由试验测得的触变系数, 来提高油膜预测的准确性.

2.5 粗糙表面

在实际工况条件下, 机械部件常处于混合润滑状

态, 时有磨损或黏着失效发生. 因此, 尽管最初的研究只关注光滑表面问题, 但是现阶段粗糙度的影响不可忽略. 研究粗糙度问题有两种方法, 即基于概率统计的方法和决定性模型. Christensen和Tonder^[45-46]、Cheng和Dyson^[47]最先使用概率统计方法去建模粗糙度, 其他一些研究^[48-50]基于Patir和Cheng^[51]的平均流量模型研究EHL粗糙度问题, 研究表明当粗糙度方向由纵向变横向, 整体油膜厚度增加. 但是这些分析是有局限性的, 并不能反映局部压力以及由粗糙峰接触造成的局部变形. 因此需要采用决定性模型进行更为细致的分析. 最初人们为了降低复杂度, 采用了纯滑动以及静止粗糙表面的假设进行分析^[52-53]. 文献[54-56]基于决定性模型分析了无限长粗糙表面的弹流瞬态问题, 忽略了侧泄的影响. 文献[57-58]采用分开分析的方法, 将三维粗糙表面的局部影响耦合到二维雷诺方程中分析三维粗糙表面对成膜能力以及局

部压力的影响. 2009年, Ning Ren^[59]基于已经成熟的考虑真实粗糙表面的点接触混合弹流理论^[60-61]首次提出了有限长线接触混合润滑模型. 在此基础上, 朱东^[62]、王家序^[63]等研究了考虑真实几何形状和表面粗糙度的有限长弹流问题, 给出了全尺度的动态计算模拟, 见图12; 并指出由于粗糙峰的存在, 有限长线接触副端部修形尤为重要, 如图13所示.

由于决定性模型(考虑真实粗糙表面)需要大量的网格去得到精确解, 也就需要大量时间求解, 现阶段随着DC-FFT技术的出现, 加速了收敛速度, 因此决定性模型得以在粗糙问题中考虑. 尽管微观弹流的理论建模已经取得了长足的进步, 但仍然存在一些争议, 像模拟真实粗糙表面所需的网格密度. 尤其是有限长弹流中, 接触区域的长宽比最高达几百. 由于计算机内存以及计算时间的限制, 现阶段还只能模拟一些短圆柱滚子接触. 因此, 在降低存储空间, 提高计算效率

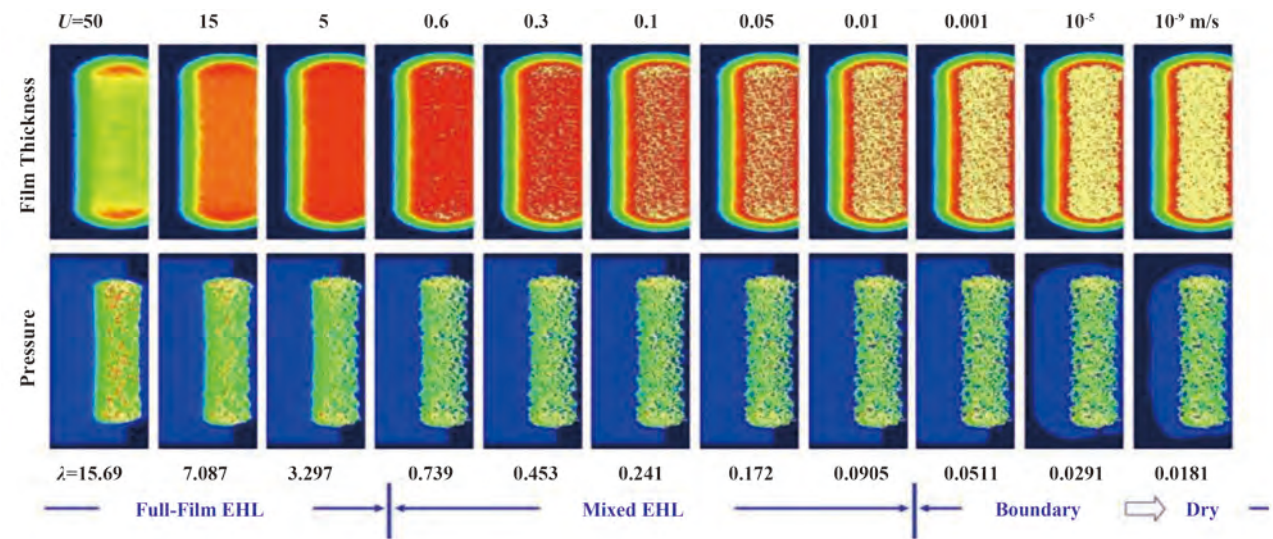


Fig. 12 The numerical simulation of the full-film lubrication to dry contact^[62]
图12 全膜润滑到干接触的数值模拟^[62]

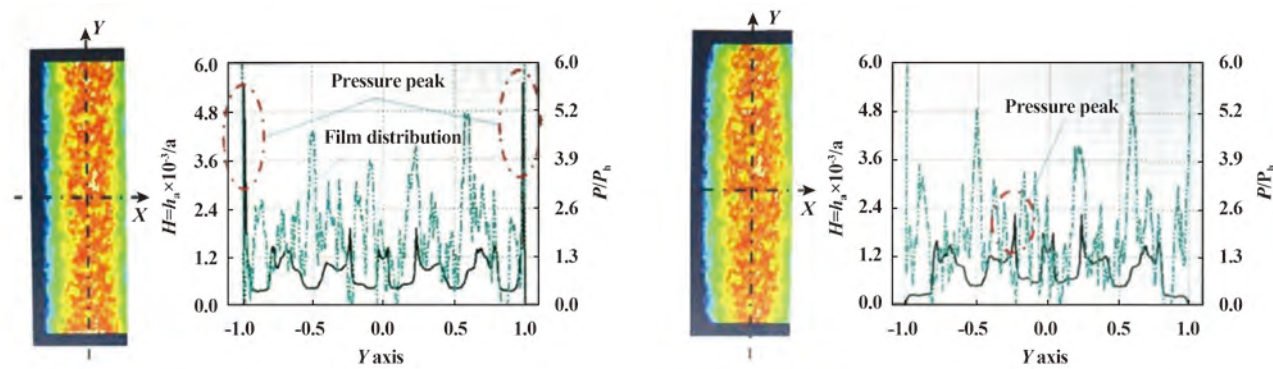


Fig. 13 The film contour map of the flat and profiled roller^[63]
图13 修形前后膜厚等高图^[63]

方面仍然有待研究.

2.6 镀层

在苛刻工况下, 像低速重载、滑滚工况等, 为了防止过度磨损和早期疲劳, 镀层材料已广泛使用. 当镀层材料与基体材料的弹性性能不同时, 接触问题属于非赫兹问题, 以往基于赫兹干接触的弹流润滑分析已经不适用. 而镀层材料在润滑条件下的成膜性能如何? 为了建立镀层材料的润滑模型, 首先需要得到镀层材料应力应变的关系表达式, 它包括二维关系和三维关系两种形式. 针对二维关系, Meijers^[64]最先提出了弹性镀层结合刚性基体的平面应变问题的求解方法. Burmister^[65]给出了三维情况下单层镀层表面以及次表面应力以及位移的解析表达式, 随后Kuo和Keer^[66], O’Sullivan和King^[67], Liu^[68], Wang^[69]在此基础上给出了任意载荷方向, 考虑微滑时的解析表达式, 并且探讨了快速求解的方法. 2014年, Yu^[70]进一步发展了多层镀层求解的解析表达式. 将上述解析表达式嵌入到弹流油膜厚度表达式中即可分析弹流问题. Bennett和Higgison^[71]最先研究了带镀层的弹流问题, 但其中弹性变形的计算采用近似方法. 随后Elasharkawy^[72-74]研究了无限长线接触中单层及多层结构对油膜压力以及油膜厚度的影响. Liu^[75-76]建立了单层镀层的点接触润滑模型, 研究发现镀层材料对最小油膜厚度和最大接触应力有显著影响, 硬镀层使得最大油膜压力增加, 接触区域以及最小油膜厚度减小, 软镀层反之, 如图14所示; 并且镀层厚度对油膜压力以及油膜厚度也有很大影响. 2015年, Wang^[77]利用Yu推导的多层镀层的解析表达式建立了多镀层材料的弹流润滑模型.

上述分析均是针对点接触和无限长线接触的, 有限长线接触带镀层的润滑模型至今尚未出现. 有限长线接触有其独特的特点, 为了消除或减弱“边缘效应”,

需进行凸度设计, 并且凸度设计属于微米级的, 而高副接触中镀层厚度至多微米级. 因此弹流工况下, 考虑镀层厚度的最优轮廓需重新设计.

2.7 乏油

事实上, 在高速高黏度以及有限供油的情况下, 乏油工况时有发生. 研究乏油工况一方面可以保证全膜润滑, 又能给出最低供油量, 因此乏油对润滑剂成膜机理研究已经得到广泛关注. 最早, Wedeven等^[78]和Chiu等^[79]使用光干涉试验仪器观察了供油条件对成膜性能的影响, 发现入口油气半月弯的位置对成膜有较大影响. 理论分析乏油工况主要包括两方面, 一种是基于Elrod^[80]提出的算法来确定油膜上游的位置, 得到了一些有意义的结果, 代表性的研究包括Chevalier^[81]、尹昌磊^[82]、谭洪恩^[83], 另一种是根据流量质量平衡计算乏油程度, 主要包括杨沛然^[84-85]、Khonsari^[86-87]. 上述文献主要针对点接触以及无限长研究, 在有限长弹流中, 供油量对油膜厚度的影响还鲜有报道. 2010年, 刘晓玲等^[88]分析了等温条件下, 供油量对有限长弹流润滑特性的影响. 供油量的大小由供油油膜层的厚度决定, 接触起止位置的确定类似于Elrod^[80]确定压力起始位置的方法. 2012年, Mihalidis等^[89]考虑多因素的有限长弹流特性, 包括非牛顿流体, 热效应以及乏油效应, 指出供油量的减小, 导致受载区域变小, 油膜厚度降低, 进而剪切率增加, 因此摩擦系数增加. 2013年, 刘晓玲^[90]研究了乏油工况下圆柱滚子轴承的弹流润滑特性, 发现随着速度的增加, 压力区变得平坦, 油膜颈缩向出口区移动, 乏油程度加剧. 上述模型均建立在油膜平均减薄的基础上, 对点接触弹流是成立的, 但有限长弹流由于接触长度远远大于接触半宽, 导致润滑油回流不到滚子中部, 滚子中部出现乏油, 而端部富油, 此现象在有限长线接触弹流试验中已被观察到^[91], 因此有限长线接触弹流的乏油模型需进一步完善, 并且需要对不同轮廓滚子进行抗乏油能力的比较.

3 有限长线接触弹流研究最新热点

经过近半个世纪的努力, 有限长线接触弹流理论已经部分转化成实用设计方法, 显著提高了机械部件的使用性能, 如在轴承应用中, 通过计算 λ (油膜参数值), 来修正轴承疲劳寿命值. 现阶段的研究热点主要包括以下几个方面:

3.1 复杂工况下疲劳及磨损寿命的预测

接触疲劳引起的表面剥落是高副接触零件的主要失效形式(见图15), 疲劳寿命的预测对零部件的设

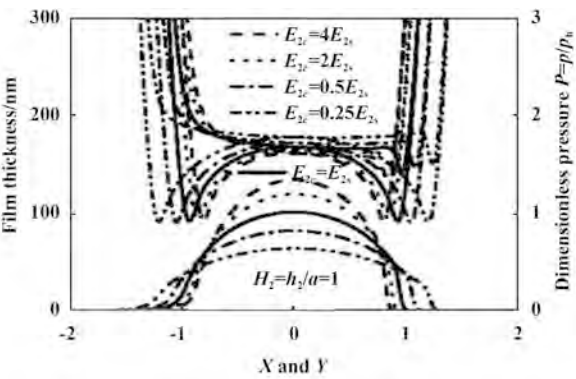


Fig. 14 The effect of different coating materials on film pressure and thickness^[75]
图14 不同镀层材料对油膜压力以及油膜厚度的影响^[75]

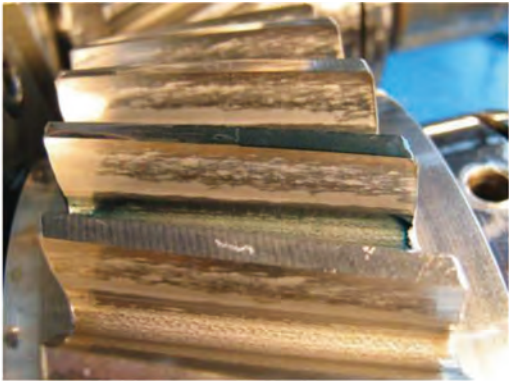


Fig. 15 The micro pitting of the gear^[92]
图15 齿轮的剥落失效^[92]

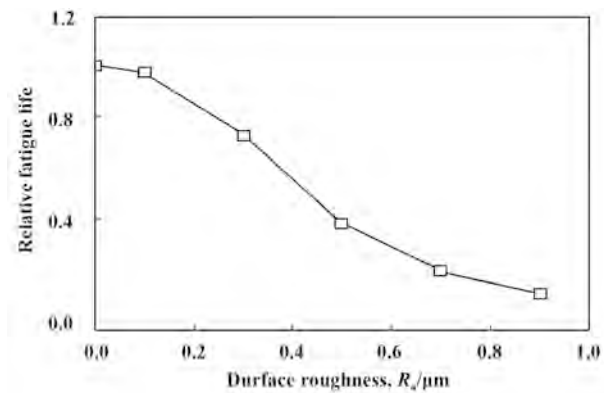


Fig. 16 The fatigue life with different surface roughness^[94]
图16 不同粗糙度下齿轮组的疲劳寿命^[94]

计以及性能可靠性至关重要^[93]. 经典的接触疲劳强度理论是基于光滑表面赫兹干接触理论的, 而实际零部件则处于润滑状态. 贾小攀^[94]、Xiao-Liang Yan^[95]、Dong Zhu^[96]等基于混合润滑模型建立了疲劳寿命预测的分析方法, 研究表明表面粗糙度对接触副的疲劳寿命有明显影响, 在实际工况中, 加工精度的提高有利于提高接触副的疲劳寿命, 如图16所示. 文献[97]通过在间隙方程中添加磨损公式(见公式1)模拟了磨损过程对接触应力以及油膜厚度的影响.

$$h = h_0(t) + B_x x^2 + B_y y^2 + \delta_1(x, y, t) + \delta_2(x, y, t) + V(x, y, t) + W_1(x, y, t) + W_2(x, y, t) \tag{1}$$

这里 $W(x, y, t)$ 是磨损公式:

$$W(x, y, t) = k \frac{\mu^\beta}{H'} \int p_c^a(x, y, t') dt' \tag{2}$$

3.2 动力学研究

滚子轴承作为旋转机械中的重要支撑部件, 准确预测其刚度和阻尼系数能够更好地评估转子系统的动特性. 以往圆柱滚子轴承的的刚度和阻尼采用基于无限长线接触理论的经验公式计算. 2013年,

Chippa^[98]在稳态弹流接触理论的基础上, 以油膜厚度的变化为基准, 采用线性摄动法求解了圆柱滚子接触副的刚度和阻尼系数, 分析了载荷、速度、材料以及几何轮廓参数对刚度和阻尼的影响, 并进行了无限长理论和有限长理论计算结果的对比, 如图17所示, 随着载荷的增加、速度的降低, 轴承的刚度系数和阻尼系数增加; 并且有限长理论计算结果明显大于无限长理论. 但文献[99]指出, 油膜厚度的变化并不能反映接触体中心的位移, 存在一定的误差. Zhang^[100]以相对趋尽量为基准, 采用自由振动模型分析了点接触弹流的刚度和阻尼的影响因素, 此方法可借鉴到有限长弹流分析中去. 他们的分析均以单个滚动体与半无限长平面为研究对象, 还没有进行全轴承的分析.

润滑分析和动力学分析作为滚动轴承性能分析的重要指标, 在过去的几十年里一直分开研究, 即使动力学中考虑润滑的因素, 也只是添加一些油膜经验公式, 真正将润滑分析和动力学分析耦合起来进行数值求解还未实现, 这将是以后发展的一个重要方向.

3.3 润滑状态下摩擦力的预测

预测润滑状态下摩擦力的大小以及影响因素, 能

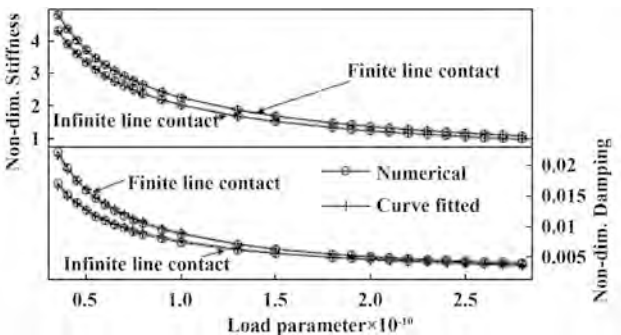
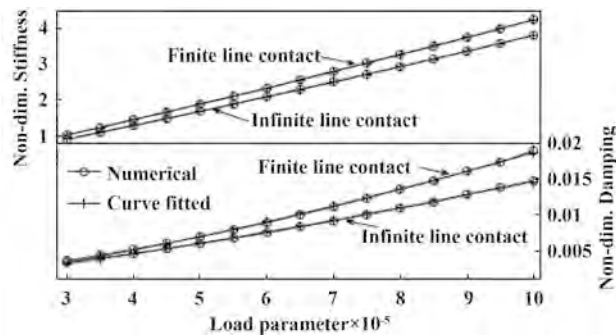


Fig. 17 The effect of different working parameters on stiffness and damping^[98]
图17 不同工况参数对刚度阻尼的影响^[98]

够提高部件运转精度、降低能量损耗. 对于油润滑, 摩擦力的计算模型已经建立: 润滑区域采用牛顿流体或者非牛顿流体模型, 接触区域采用测量的边界润滑摩擦系数. Masjedi等^[101]以无限长线接触弹流为基础, 分析了滑滚比对摩擦系数的影响, 发现随着滑滚比的增加, 摩擦系数先增加后减小, 如图18所示; 并预测了混合润滑状态下摩擦系数的大小, 拟合成经验公式. 此模型未考虑实际线接触副轮廓对摩擦系数的影响, 需进一步研究, 另外脂润滑摩擦力的计算模型至今仍未建立.

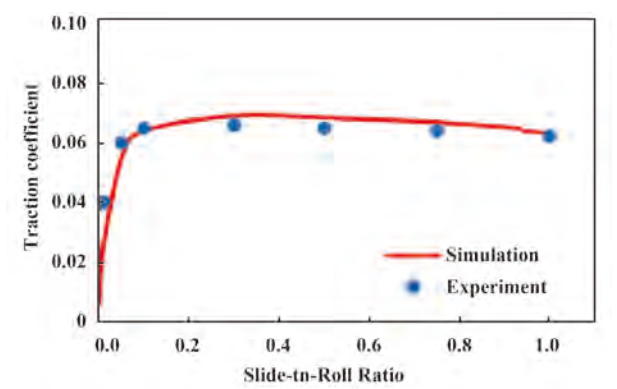


Fig. 18 The fiction coefficient in different slide-to-roll ratio^[101]
图18 摩擦系数随滑滚比的变化^[101]

3.4 高效稳定的数值计算方法

弹流润滑研究从数学上讲, 需要联立求解流体润滑方程、膜厚方程、载荷方程、黏压方程, 见公式(3a~3e). 如果考虑热效应, 还需要包括油膜能量方程和固体热传导方程. 整个系统非线性非常强, 很难得到解析解, 只能得到数值解^[102]. 因此, 数值方法的改进以及计算机性能的提高在弹流理论分析中至关重要.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u_e \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (3a)$$

$$h(x,y) = h_{00} + s(x,y) + \frac{2}{\pi E'} \iint \frac{P(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy' \quad (3b)$$

$$\eta = f(p) \quad (3c)$$

$$\rho = f(p) \quad (3d)$$

$$\iint p(x,y) dx dy = w \quad (3e)$$

联立求解上述5个公式, 最简单的方法是顺解法, 即假设压力分布和膜厚分布, 根据压力分布求出黏度和密度, 然后通过有限差分或者有限元法求解雷诺方

程. 但这种方法存在两个问题: 第一, 式(3b)中弹性变形的计算对整个接触区域的压力比较敏感. 以往准确计算弹性变形, 需要大量网格, 并采用直接相乘的方法, 速度比较慢, 并且受计算机的内存的制约; 第二, 在出口高压区, 压力梯度非常大, 容易造成数值计算不稳定^[103]. 为了快速准确求解上述方程, 主要有三种方法:

第一, 运用逆解法, 或者逆解法和顺解法相结合求解, 在高压区使用逆解法, 低压区采用顺解法. Dowson 和Higgision^[104]针对无限长线接触问题首次使用这种方法, 后来被Evans和Snidle^[105]运用到二维点接触问题中.

第二, 采用更为先进的数值计算方法, 像多重网格法. 多重网格法已被证明是求解非线性方程组最有效的方法之一. Lubrecht^[106-108]等最早将它运用到解无限长及点接触问题中. 对于弹性变形的计算, 也采用了快速算法, 即多重网格积分法.

第三, 快速准确的计算弹性变形, 快速傅里叶变换是首选方法之一^[109-110]. 近年来, 朱东等团队多运用此种方法.

离散卷积-快速傅里叶变换在弹性变形以及次表面应力求解中的应用, 使得考虑复杂工况的弹流问题得以求解. 但仍然有很多制约条件, 像粗糙度问题中的网格密度, 个人计算机的内存和效率已严重不足. 现阶段在模拟复杂计算时, 像原子核爆炸、蛋白质折叠、湍流等, 常采用并行算法, 在多核计算机上实施^[111]. 因此, 运用高性能多处理器计算机, 采用并行算法不失为解决提高弹流计算效率的一种好的方法. Goodyer^[112]、Chan^[113]已经做了开创性的研究, 采用C语言或者Fortran 语言编程, 以OpenMP作为编译制导语句实现并行计算, 发现网格密度、线程数目以及CPU高速缓存区大小对计算效率有很大影响, 在实际编程中要降低线程开销.

3.5 实用的计算分析软件

有限长线接触弹流油膜理论的求解, 是一个非常具有挑战性的工作, 一般工程人员很难掌握, 开发可视化的计算分析、设计软件是未来发展的趋势. 现阶段, 国内关于轴承、齿轮的系统开发软件, 都只能实现尺寸设计以及简单的性能分析, 对于润滑分析, 动力学分析还未涉及. 但国外的分析软件, 像Shaeffler公司的BearinX-online, Romax公司的Romax Designer, 已经能够实现复杂的寿命分析、动力学分析等. 以BearinX为例, 它的分析模块包括轴系计算、主轴计算、摩

擦分析等, 在摩擦分析模块中已经考虑了润滑的影响, 图19是其分析模块给出的点接触的油膜厚度图. 但其对滚子轮廓的设计在可见的资料上还是以干接触为理论基础进行凸度设计.

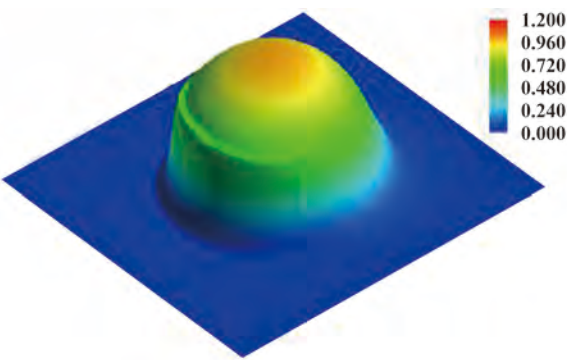


Fig. 19 The three-dimension film thickness map
图19 三维油膜厚度图

3.6 弹塑性分析

在实际应用中, 机加工表面粗糙度与弹流油膜厚度属于同一数量级, 相应的大部分部件就运行在混合润滑状态, 不可避免地伴随着粗糙峰的接触, 产生局部接触压力峰, 导致次表面的应力强度超过材料的屈服极限, 塑性变形由此产生, 较优的设计应该考虑到塑性变形的极限值. 由于塑性变形不仅改变表面轮廓以及接触几何形状, 而且会由于加工硬化改变材料特

性, 从而进一步影响接触润滑特性, 对油膜形成以及油膜破裂产生影响. 因此, 塑性变形应该被考虑到弹流润滑计算中.

到目前为止, 考虑塑性变形的润滑模型还不多. 具体的实施方法就是在原有弹流油膜厚度中添加塑性变形项, 如式(4),

$$h(x,y)=h_0(t)+s(x,y)+v_e(x,y,t)+v_p(x,y,t) \tag{4}$$

其中: v_p 项表示塑性变形.

Xu^[114]采用商业有限元软件计算塑性变形, 然后嵌入到无限长瞬态弹流计算程序中, 研究表明塑性变形对表面压力峰产生较大影响. Niu和Huang^[115]在塑性变形存在时, 将表面变形计算中的杨氏模量改为弹塑性模量, 分析对象为无限长稳态工况. Ren和He^[116-118]针对瞬态点接触问题, 采用半解析法数值求解塑性变形, 再添加到弹流计算程序中. 半解析法求塑性变形的可参考文献[119-121].

上述考虑塑性变形的瞬态模型存在一个共性问题, 一个滚子或者球在静止的平板上旋转, 接触中心是固定的, 如图20(a)所示, 模拟的是一个滑动形式而非典型的滚动形式[图20(b)], 因此, 模型本身存在的问题. 并且由于塑性变形永久改变表面轮廓, 因此塑性变形发生后的接触润滑性能也应该是我们关注的重点.

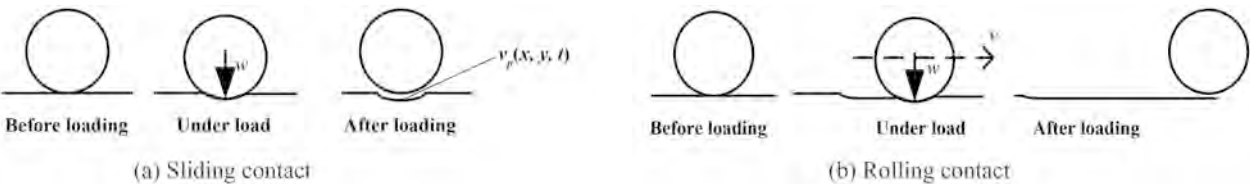


Fig. 20 The model about sliding contact and rolling contact
图20 滑动以及滚动模型图

4 总结与展望

近二十年来, 有限长线接触弹流理论的发展突飞猛进, 取得了可喜的成绩, 为了进一步提高零部件的可靠性、寿命, 有限长线接触理论作为基础理论支撑, 仍需以下四个方面做进一步研究.

4.1 更加贴近实际

(a) 准确求解考虑端部自由表面的弹流问题, 此模型可以简化为四分之一空间弹流模型. 对于四分之一空间应力应变的关系可以根据Hetenyi修正过程求解. 而现阶段大量使用镀层材料, 考虑镀层材料的四分之一空间应力应变力学模型尚未出现, 需进一步研究.

以及最优轮廓有待进一步研究.

(c) 如何在脂润滑弹流理论计算中考虑脂的触变性能.

(d) 更多的和产品性能指标相结合, 如磨损/寿命.

(e) 将润滑分析和动力学分析耦合起来, 进行产品的优化设计.

(f) 考虑真实工况的弹塑性弹流润滑分析, 现阶段的模型大多模拟滑动工况, 滚动工况的模型至今尚未出现.

4.2 高效的数值计算方法

(a) 尽管高效的数值计算方法已经出现, 但对于考虑复杂工况的弹流问题, 个人计算机还存在很大问题.

(b) 有限长线接触副在偏歪斜工况下的成膜能力

运用高性能的计算机、采用并行算法提高收敛速度。

(b) 分子动力学是被证明研究薄膜润滑的有效工具^[122], 可以拓展到有限长弹流中应用。

4.3 更加便于应用

(a) 现阶段的工况条件已经超出了经典的Dowson-Hamrock油膜经验公式的范围, 更优的复合实际工况条件的经验公式需要被提出并验证。

(b) 开发简单实用的计算机辅助系统, 供企业应用。将理论研究与产品设计真正的相结合。

4.4 基于润滑分析的全轴承的性能优化

滚子轴承是有限长线接触弹流润滑分析的典型对象, 弹流润滑分析是滚子轴承产品设计的重要组成部分, 与其他性能相互耦合, 如振动特性、动力学特性。现阶段有限长弹流润滑分析采用的均是简化模型, 即单个滚子与平面的接触模型, 对于全轴承的弹流润滑模型鲜有报道。通过建立全轴承的润滑模型能够更准确的分析轴承载荷分析、振动特性以及动力学特性, 尤其是在偏歪斜工况下。文献[123]建立了考虑真实接触应力的全轴承干接触模型, 而全轴承润滑模型是下一步需要攻关的内容。

参考文献

[1] Reynolds O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including experimental determination of the viscosity of olive oil[J]. Philosophical Transaction of the Royal Society, 1886, 177: 157–234.

[2] Martin H M. Lubrication of gear teeth[J]. Engineering, 1916, 102: 119–121.

[3] Grubin A N. Investigation of the contact of machine components[M]. Moscow: In central scientific research institute for technology and mechanical engineering, 1949.

[4] Zhu Dong. Interfacial mechanics and engineering application[R]. Sichuan: Sichuan University, 2013 (in Chinese) [朱东. 界面力学及其工程应用[R]. 四川: 四川大学, 2014].

[5] Dowson D, Ehret P. Past, present, and future studies in elastohydrodynamics[J]. IMech, 1999, 213: 317–333 .

[6] Zhu Dong, Wang Qian. Elastohydrodynamic lubrication (EHL): a gateway to interfacial mechanics - review and prospect [J]. Journal of Tribology, 2011, 133: 041001-1-14.

[7] Chen X Y, Sun H Y, Shen X J. Review and prospects for the developments of EHL of finite line contacts[J]. Solid Mechanics and its Applications, 2006, 34: 95–106.

[8] Kamamoto S, Fujimoto K, Yamamoto T. Research on crowning profile to obtain maximum load carrying capacity for roller bearings[J]. Koyo Engineering Journal English Edition NO. 159E, 2001: 47–52.

[9] Gohar R, Cameron A. The mapping of elastohydrodynamic

contacts[J]. ASLE Trans, 1967, 10: 215–225.

[10] Wymer D G, Cameron A. Elastohydrodynamic lubrication of a line contact[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1974, 188, 19: 221–238.

[11] Foord C A, Wedeven L D, Westlake F J. Optical elastohydrodynamics[J]. Proc Instn Engrs, 1969, 184: 487–503.

[12] Lugt P M, Morales-espejel G E. A review of elastohydrodynamic lubrication theory[J]. Tribology Transaction, 2011, 54: 470–496.

[13] Liu Xiaoling, Yang Peiran. Analysis for finite line contacts of thermal elastohydrodynamic lubrication[J]. Tribology, 2002, 22(4): 295–299 (in Chinese) [刘晓玲, 杨沛然. 有限长滚子线接触热弹流润滑分析[J]. 摩擦学学报, 2002, 22(4): 295–299].

[14] Sun Haoyang, Chen Xiaoyang, Yang Peiran. Thermal elastohydrodynamic lubrication of cylindrical rollers with crown profiled ends at heavy load[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(7): 99–104 (in Chinese) [孙浩阳, 陈晓阳, 杨沛然. 相交圆弧弧形滚子的重载热弹流研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(7): 99–104].

[15] Sun Haoyang, Chen Xiaoyang, Liu Chunhao. Study on thermal EHL performance of Lundberg profiled rollers and the modification of its crowning value[J]. Tribology, 2008, 28(1): 68–72 (in Chinese) [孙浩阳, 陈晓阳, 刘春浩. Lundberg对数滚子的热弹流特性及其凸度量的修正[J]. 摩擦学学报, 2008, 28(1): 68–72].

[16] Liu Mingyong, Zhu Caichao, Liu Huaiju. A thermal EHL model for finite line contact with non-newtonian fluids[J]. Lubrication Engineering, 2014, 39(2): 48–55 (in Chinese) [刘明勇, 朱才朝, 刘怀举. 有限长线接触非牛顿热弹流润滑分析[J]. 润滑与密封, 2014, 39(2): 48–55].

[17] Harris T A, Kotazals M N. Rolling bearing analyses: advanced concepts of bearing technology[J]. Translated by Luo J W, Ma W, Yang X Q, Luo T Y. Beijing: China Machine Press, 2007.

[18] Johns P M, Gohar R. Roller bearings under radial and eccentric loads[J]. Tribology International, 1981, (3): 131–136.

[19] Rahnejat H, Gohar R. Design of profiled taper roller bearings[J]. Tribology International, 1979, (6): 269–275.

[20] Kushwaha M, Rahnejat H, Gohar R. Aligned and misaligned contacts of roller to races in elastohydrodynamic finite line conjunctions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2002, 216(11): 1052–1070.

[21] Panovko M Y. Numerical modeling an elastohydrodynamic contact of shaped rollers with allowance for misaligned of their axes[J]. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2009, 38(5): 460–466.

[22] Lu Qi. Study of isothermal elastohydrodynamic lubrication for profiled rollers under misaligned loads[M]. Shanghai University, 2010 (in Chinese) [吕琦. 偏载工况弧形滚子等温弹流润滑性能研究[M]. 上海大学硕士论文, 2010].

- [23] Liu X L, Yan P, Yang P R. Analysis of the lubrication mechanism for tilting rollers in rolling bearings[J]. Proc IMechE, Part J: J Engineering Tribology, 2011, 225: 1059–1070.
- [24] Wang Zhijian, Chen Xiaoyang, Sun Haoyang. Study on the thermal elastohydrodynamic lubrication of large length-diameter ratio roller bearings under misaligned loads[J]. Lubrication Engineering, 2013, 38(4): 52–56 (in Chinese) [王志坚, 陈晓阳, 孙浩洋. 偏载工况下大长径比滚子轴承的热弹流研究[J]. 润滑与密封, 2013, 38(4): 52–56].
- [25] Park T J. The effect of misalignment on the EHL of tapered roller bearings[C]. 15th International Conference on Experimental Mechanics, 2010.
- [26] Liu X L, Yang P. On the lubricating mechanism of roller skew in cylindrical roller bearings[J]. Tribology Transaction, 2013, 56: 929–942.
- [27] Johnson k L. Contact Mechanics[M]. Cambridge University Press, 1985.
- [28] Hetenyi M. A method of solution for elastic quarter-plane[J]. Journal of Applied Mechanics, 1969, 6: 289–296.
- [29] Hetenyi M. A General solution for elastic quarter space[J]. Transactions of the ASME, 1970, 3: 70–76.
- [30] Guilbault R, Gosselin C, Cloutier L. Express model for load sharing and stress analysis in helical gears[J]. ASME J Mech Des, 2005, 127(6): 1161–1172.
- [31] Guilbault R. A fast correction for elastic quarter-space applied to 3D modeling of edge contact problems[J]. Trans ASME, J Tribol, 2011, 031402: 1–10.
- [32] Zhany Z M, Wang Wen, P L Wong. An explicit solution for the elastic quarter-space problem in matrix formulation[J]. Int J Solids and Structures, 2013, 50: 976–980.
- [33] Wang Wen, Wong P L, Zhang Z M. Side edge effect on elastic contact stress and deformation[C]. Proceedings of International Conference on Advances in Tribology and Engineering Systems, India, 2014.
- [34] Wang Zhanjiang, Jin Xiaoqing, Keer L M, et al. Numerical methods for contact between two joined quarter spaces and a rigid sphere[J]. Int J Solids and Structures, 2012, 49: 2515–2527.
- [35] Najjari M, Guilbault R. Edge contact effect on thermal elastohydrodynamic lubrication of finite contact lines[J]. Tribology International, 2014, 71: 50–61.
- [36] Li Gang. Study on film-forming mechanisms and tribological properties of grease in the hash conditions[M]. Tsinghua University, 2010 (in Chinese) [李刚. 苛刻条件下润滑脂成膜机理及润滑特性研究[M]. 清华大学博士论文, 2010].
- [37] Dong Daming, Qian Xianglu. Rheological properties of grease and grease lubricated EHD theory[J]. Journal of East China Institute of Chemical Technology, 1989: 821–828 (in Chinese) [董大明, 钱祥鹿. 润滑脂的流变性及线接触润滑脂的弹流分析[J]. 华东化工学院学报, 1989: 821–828].
- [38] Cheng Jun. Elastohydrodynamic grease lubrication theory and numerical solution in line contacts[J]. Tribology Transaction, 1994, (4): 711–718.
- [39] Yoo Jingyoo, Kim Kyungwoong. Numerical analysis of grease thermal elastohydrodynamic lubrication problems using the Herschel-Bulkley model[J]. Tribology International, 1997, (6): 401–408.
- [40] Karthikeyan B K, Teodorescu M, Rahnejat H. Thermoelastohydrodynamics of grease-lubricated concentrated point contacts[J]. Proc IMech Part C: Mechanical Engineering Science, 2010: 683–695.
- [41] Yu Mei, Huang Ping. Numerical analysis on grease elastohydrodynamic lubrication in line contacts[J]. Bearing, 2010, (7): 10–14 (in Chinese) [于玫, 黄平. 线接触弹流脂润滑的数值分析以及应用[J]. 轴承, 2010, (7): 10–14].
- [42] Cann P M. Starvation and reflow in a grease-lubricated elastohydrodynamic contact[J]. Tribology Transactions, 1996: 698–704.
- [43] Cann P M. Starved grease lubrication of rolling contacts[J]. Tribology Transactions, 1998: 867–873.
- [44] Cann P M, Spikes H A. Lubrication and reflow properties of thermally aged greases[J]. Tribology Transactions, 2000: 221–228.
- [45] Christensen H, Tonder K. Stochastic models of hydrodynamic lubrication[J]. Tribology of Rough Surface, 1969, (6): 9–18.
- [46] Tonder K, Christensen H. Waviness and roughness in hydrodynamic lubrication[J]. Pro Inst Mech Eng, 1972, 186: 807–812.
- [47] Cheng H S, Dyson A. Elastohydrodynamic lubrication of circumferentially- ground rough disks[J]. STLE Trans, 1978, 21: 25–40.
- [48] Majumbar B C, Hamrock B J. Effect of surface roughness on elastohydrodynamics line contact[J]. ASME Trans, 1982, 104: 401–409.
- [49] Prakash J, Czichos H. Influence of surface roughness and its orientation on partial elastohydrodynamic lubrication of rollers[J]. ASME Trans, 1983, 105: 591–597.
- [50] Sadeghi F, Sui P C. Compressible elastohydrodynamic lubrication of rough surfaces[J]. ASME Trans, 1989, 111: 56–62.
- [51] Patir N, Cheng H S. An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication[J]. Transactions of the ASME, 1978, 100: 12–17.
- [52] Gogla P R, Conry T F, Cusano C. The effect of surface irregularities on the elastohydrodynamic lubrication sliding line contacts, Part 1-single irregularities[J]. ASME Trans, 1981, 106: 104–112.
- [53] Gogla P R, Conry T F, Cusano C. The effect of surface irregularities on the elastohydrodynamic lubrication sliding line contacts, Part 2-wave surfaces[J]. ASME Trans, 1981, 106: 113–119.

- [54] Venner C H, Lubrecht A A, Napel W E. Numerical simulation of the overrolling of a surface feature in an EHL line contact[J]. ASME Trans, 1991, 113: 777–783.
- [55] Chang L, Webster M N. A study of elastohydrodynamic lubrication of rough surfaces[J]. ASME. Trans, 1991, (113): 110–115.
- [56] Chang L, Webster M N, Jackson A. On the pressure rippling and roughness deformation in elastohydrodynamic lubrication of rough surfaces[J]. ASME Trans, 1993, 115: 439–444.
- [57] Chang L, Webster M N, Jackson A. A line-contact micro-EHL model with 3D surface topography[J]. ASME Trans, 1994, 116: 21–28.
- [58] Chang L, Jackson A, Webster M N. Effects of 3D surface topography on the EHL film thickness and film breakdown[J]. Tribology Trans, 1994, 37: 435–444.
- [59] Ren Ning, Zhu Dong, Chen Wayne W, et al. A three-dimensional deterministic model for rough surface line-contact EHL problems[J]. ASME Journal of Tribology, 2009, 131: 011501.
- [60] Hu Y Z, Zhu D. A full numerical solution to the mixed lubrication in point contacts[J]. ASME Journal of Tribology, 2000, 122: 1–9.
- [61] Wang W Z, Liu Y C, Wang H, et al. A computer thermal model of mixed lubrication in point contacts[J]. ASME Journal of Tribology, 2004, 126: 162–170.
- [62] Zhu Dong, Wang Jiaxu, Ren Ning, et al. Mixed elastohydrodynamic lubrication in finite roller contacts involving realistic geometry and surface roughness[J]. Transaction of the ASME, 2012: 1–10.
- [63] Pu Wei, Wang Jiaxu, Li Junyang. Analysis of longitudinal modification on lubrication performance of filtering reducer[J]. Tribology, 2014, 34: 394–399 (in Chinese) [蒲伟, 王家序, 李俊阳. 齿向修形对滤油减速器润滑性能的影响分析[J]. 摩擦学学报, 2014, 34: 394–399].
- [64] Meijers P. The contact problem of a rigid cylinder on an elastic layer[J]. Applied Science Research, 1968, 18: 353–382.
- [65] Burmister D M. The general theory of stresses and displacement in layered systems[J]. J Appl Phys, 1945, 16: 89–94.
- [66] Kuo C H, Keer L M. Contact stress analysis of a layered transversely isotropic half-space[J]. ASME Journal of Tribology, 1992, (2): 253–262.
- [67] O'sullivan T C, King R B. Sliding contact stress field due to a spherical indenter on a layered elastic half-space[J]. ASME Journal of Tribology, 1988, 110: 235–240.
- [68] Liu S B, Wang Q. Studying contact stress fields caused by surface tractions with a discrete convolution and fast fourier transform algorithm[J]. ASME Journal of Tribology, 2002, 124: 36–45.
- [69] Wang Z J, Wang W Z, Wang H, et al. Partial slip contact analysis on three-dimensional elastic layered half space[J]. ASME Journal of Tribology, 2010, 132: 021403.
- [70] Yu C J, Wang Z J, Wang Q J. Analytical frequency response functions for contact of multilayered materials[J]. Mech Mater, 2014, 76: 102–120.
- [71] Bennett A, Higgision G R. Hydrodynamic lubrication of soft solids[J]. J Mech Eng Sci, 1970, 12: 218–222.
- [72] Elsharkawy A A, Hamrock B J. EHL of coated surfaces: Part 1-Newtonian results[J]. ASME Journal of Tribology, 1994, 116: 29–35.
- [73] Elsharkawy A A, Hamrock B J. Elastohydrodynamic lubrication of elastomeric-coated surfaces in line contact[J]. IMechE, 1995: 119–130.
- [74] Elsharkawy A A, Holmes M J A, Evans H P, et al. Micro-elastohydrodynamic lubrication of coated cylinders using coupled differential deflection method[J]. IMechE, 2006: 29–41.
- [75] Liu Y, Chen W, Liu S, et al. An Elastohydrodynamic lubrication model for coated surfaces in point contacts[J]. Journal of Tribology, 2007, 129: 509–516.
- [76] Liu Y, Zhu Dong, Wang Qian. Effect of stiff coatings on EHL film thickness in point contacts[J]. Journal of Tribology, 2008, 130: 031501.
- [77] Wang Z J, Yu C J, Wang Q. Model for elastohydrodynamic lubrication of multilayered materials[J]. ASME Journal of Tribology, 2015, 137: 011501.
- [78] Wedeven L D, Evans D, Cameron A. Optical analysis of ball bearing starvation[J]. ASME Journal of Tribology, 1971, 93: 349–363.
- [79] Chiu Y P. An analysis and prediction of lubricant film starvation in rolling contact systems[J]. STLE Trans, 1974, 17: 22–35.
- [80] Elrod H G. A cavitation algorithm [J]. ASME J Lubr Technol, 1983, 103: 350–354.
- [81] Chevalier F, Lubrecht A A, Cann P M, et al. Film thickness in starved EHL point contacts[J]. ASME Journal of Tribology, 1998, 120: 26–33.
- [82] Yin Changlei, Yang Peiran. Analysis of oil supply conditions for EHL in elliptical contacts[J]. Tribology, 2007, 27: 147–151 (in Chinese) [尹昌磊, 杨沛然. 椭圆接触弹性流体动力润滑的供油条件分析[J]. 摩擦学学报, 2007, 27: 147–151].
- [83] Tan Hongen, Yang Peiran, Yin Changlei. Analysis of oil starvation in EHL point contacts under a special oil-supply condition[J]. Tribology, 2007, 27: 357–361 (in Chinese) [谭洪恩, 杨沛然, 尹昌磊. 特殊供油条件下点接触弹流润滑乏油分析[J]. 摩擦学学报, 2007, 27: 357–361].
- [84] Yang Peiran, Cui Jinlei, Jian Tianzhenhong, et al. Analysis of oil supply condition for elastohydrodynamic lubrication in line contacts[J]. Tribology, 2006, 26: : 241–246 (in Chinese) [杨沛然, 崔金磊, 兼田桢宏, 等. 线接触弹性流体动力润滑的供油条件分析[J]. 摩擦学学报, 2006, 26: 241–246].
- [85] Yang P R, Wang J, Kaneta M. Thermal and non-newtonian numerical analyses for starved EHL line contacts[J]. ASME Journal of Tribology, 2006, 128: 282–290.
- [86] Kumar P, Khonsari M M. Effect of starvation on traction and film

- thickness in thermo-EHL line contacts with shear-thinning lubricants[J]. *Tribology Letters*, 2008, 32: 171–177.
- [87] Masjedi M, Khonsari M M. A study on the effect of starvation in mixed elastohydrodynamic lubrication[J]. *Tribology International*, 2015, 85: 26–36.
- [88] Liu X L, Yang P R. Numerical analysis of the oil-supply condition in isothermal elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts[J]. *Tribology Letters*, 2010, 38: 115–124.
- [89] Athanassios M, Konstantinos A, Konstantinos P. Non-newtonian starved thermal-elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts[J]. *Tribology Transaction*, 2013, 56: 88–100.
- [90] Bai Xinrui, Liu Xiaoling. Analysis of elastohydrodynamic lubrication for cylindrical roller bearings under starve oil-supply condition[J]. *Lubrication Engineering*, 2013, 38: 45–50 (in Chinese) [白新瑞, 刘晓玲. 乏油条件下圆柱滚子轴承的弹流润滑分析[J]. *润滑与密封*, 2013, 38: 45–50].
- [91] Leonid G, Mats G L, Piet M L. Lubricant replenishment in rolling bearing contacts[J]. *STLE Trans*, 2008, 51: 643–651.
- [92] Evans H P, Snidle R W, Sharif K J, et al. Analysis of micro-elastohydrodynamic lubrication and prediction of surface fatigue damage in micropitting tests on helical gears[J]. *Journal of Tribology*, 2013, 135: 011501.
- [93] Moshkovich A, Lapsker I, Laikhtman A, et al. The failure and damage mechanisms under friction of copper in the EHL and mixed EHL regions[J]. *Tribology Letters*, 2013, 51: 57–64.
- [94] Jia Xiaopan, Wang Wenzhong, Zhao Ziqiang, et al. A contact fatigue model of helical gear under elastohydrodynamic lubrication[J]. *Tribology*, 2014, 34: 8–14 (in Chinese) [贾小攀, 王文中, 赵自强, 等. 斜齿轮弹流润滑下的接触疲劳寿命计算[J]. *摩擦学学报*, 2014, 34: 8–14].
- [95] Yan X L, Wang X L, Zhang Y Y. A numerical study of fatigue life in non-Newton thermal EHL rolling-sliding contacts with spinning[J]. *Tribology International*, 2014, 80: 156–165.
- [96] Zhu Dong, Ren Ning, Wang Q. Pitting life prediction based on a 3D line contact mixed EHL analysis and subsurface Von Mises stress calculation[J]. *Journal of Tribology*, 2009, 131: 041501.
- [97] Zhu Dong, Martini A, Wang W Z, et al. Simulation of sliding wear in mixed lubrication[J]. *Transactions of the ASME*, 2007, 129: 544–552.
- [98] Chippa P, Sarangi M. On the dynamics of lubricated cylindrical roller bearings, Part 1: Evaluation of stiffness and damping characteristics[J]. *Tribology Transactions*, 2013, 56: 1087–1096.
- [99] Wijnant Y H. Contact dynamics in the field of elastohydrodynamic lubrication[M]. Netherlands: University of Twente, 1998.
- [100] Zhang Y Y, Wang X L, Yan X L. Dynamic behaviors of the elastohydrodynamic lubricated contact for rolling bearings[J]. *Journal of Tribology*, ASME, 2013, 135: 021501.
- [101] Masjedi M, Khonsari M M. Theoretical and experimental investigation of traction coefficient in line-contact EHL of rough surfaces[J]. *Tribology International*, 2014, 70: 179–189.
- [102] Hamrock B J, Dowson D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of points contacts, part I—theoretical formulation[J]. *ASME, J Lubr Technol*, 1976, 98: 223–228.
- [103] Spikes H A. Sixty years of EHL[J]. *Lubrication Science*, 2006, 18: 265–291.
- [104] Dowson D, Higginson G R. *Elastohydrodynamic lubrication*[M]. Oxford: Pergamon Press, 1977.
- [105] Evans H P, Snidle R W. Inverse solution of Reynolds' equation of lubrication under point contact elastohydrodynamic conditions[J]. *ASME, J Lubr Technol*, 1981, 103: 539–546.
- [106] Lubrecht A A. The Numerical solution of the elastohydrodynamically lubricated line and point contact problems using multilevel techniques[M]. Netherlands: University of Twente, 1987.
- [107] Venner C H. Multilevel solution of the EHL line and point contact problems[M]. Netherlands: University of Twente, 1991.
- [108] Brandt A, Lubrecht A A. Multilevel matrixmultiplication and fast solution of integral equations[J]. *J Comput Phys*, 1990, 90: 348–370.
- [109] Liu S B, Wang Q, LIU G. A versatile method of discrete convolution and FFT (DC-FFT) for contact analyses[J]. *Wear*, 2000, 243: 101–110.
- [110] Liu S B, Wang Q. Studying contact stress fields caused by surface tractions with a discrete convolution and fast Fourier transform algorithm[J]. *Trans ASME, J Tribol*, 2002, 124: 36–45.
- [111] Hermanns M. Parallel programming in Fortran 95 using OpenMP[M]. Spain: Universidad Polit'ecnica de Madrid, 2002.
- [112] Goodyer C E, Berzins M. Parallel and scalability issues of a multilevel elastohydrodynamic lubrication solver[J]. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, 2007, 19: 269–296.
- [113] Chan C W, Han Y F, Wang Z J, et al. Exploration on a fast EHL computing technology for analyzing journal bearings with engineered surface textures[J]. *Tribology Transaction*, 2014, 57: 206–215.
- [114] Xu G, Nickel D A, Sadeghi F, et al. Elastohydrodynamic lubrication with dent effects[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of tribology*, 1996, 210: 233–245.
- [115] Niu Rongjun, Huang Ping. The influences of elastic-plastic deformation of rough surfaces on elastohydrodynamic lubrication for line contacts[J]. *Lubrication Engineering*, 2006, (6): 20–23 (in Chinese) [牛荣军, 黄平. 粗糙表面塑性变形对弹流润滑性能的影响[J]. *润滑与密封*, 2006, (6): 20–23].
- [116] Ren N, Zhu D, Chen W W, et al. Plasto-elastohydrodynamic lubrication (PEHL) in point contacts[J]. *ASME Journal of Tribology*, 2010, 132: 031501.
- [117] Ren N, Zhu D, Wang Q. Three-dimensional plasto-elastohydrodynamic lubrication (PEHL) for surfaces with

irregularities[J]. ASME Journal of Tribology, 2011, 133: 031502.

[118] He T, Ren N, Zhu D, et al. Plasto-elastohydrodynamic lubrication (PEHL) in point contacts for surfaces with three-dimensional sinusoidal waviness and real machined roughness[J]. ASME Journal of Tribology, 2014, 136: 031504.

[119] Chen W W, Liu S B, Wang Q. Fast fourier transform based numerical methods for elasto-plastic contacts with nominally flat surface[J]. ASME Journal of Appl Mech, 2008, 75: 011022.

[120] Wang F, Keer L M. Numerical simulation for three-dimensional elastic-plastic contact with hardening behavior[J]. ASME Journal of Tribology, 2005, 127: 494–502.

[121] Chen W W, Wang Q. Thermomechanical analysis of elasto-plastic bodies in a sliding spherical contact and the effects of sliding speed, heat partition and thermal softening[J]. ASME Journal of Tribology, 2008, 130: 031502.

[122] Martini A, Liu Y, Snurr R Q, et al. Molecular dynamics characterization of thin film viscosity for EHL simulation[J]. Tribology Letters, 2006, 21: 217–225.

[123] Simon K, Michael R H, Ole M. A new quasi-static cylindrical roller bearing model to accurately consider non-hertzian contact pressure in time domain simulations[J]. ASME Journal of Tribology, 2012, 134: 041401.

订 阅 指 南

本刊为中国科学院兰州化学物理研究所主办、科学出版社出版并向国内外公开发行的覆盖摩擦学各分支学科的综合性学术期刊(双月刊). 本刊为中国科学院文献评价中心《中国科学引文数据库统计源期刊》和科技部中国科学技术信息研究所《中国科技论文统计源期刊》, 已连续五版列入《中文核心期刊要目总览》, 已被美国《工程索引(EI)》、《金属文摘》、《化学文摘(CA)》、《剑桥科学文摘(CSA)》以及《日本科技文献速报(JST)》等国际知名检索系统收录.

本刊主要报道摩擦学设计、摩擦力学、摩擦化学、摩擦学材料、摩擦学表面工程、特殊工况下的摩擦学、摩擦学测试技术与设备及摩擦学系统工程与应用等重要的基础研究和应用研究新成果. 设有研究简报、研究论文、工程应用、专家论坛、评述与进展、回顾等栏目.

读者对象主要是从事摩擦学研究和新材料研制的科研技术人员及高等院校相关专业的教师和研究生以及工业领域的技术人员等.

订 阅 方 式

1 邮局订阅

全国各地邮局均可订阅, 邮发代号: 54-42, 2016年定价: 38.0元/期, 228.0元/年(全年6期)

2 直接汇款至编辑部订阅(可随时订阅)

方 式 一: 邮局寄汇

地 址: 兰州市天水中路18号中国科学院兰州化学物理研究所《摩擦学学报》编辑部收。

邮 编: 73000

方 式 二: 银行汇款

开 户 行: 中国工商银行兰州市开发区支行

户 名: 中国科学院兰州化学物理研究所

帐 号: 2703000909026405762(银行汇款请注明“《摩擦学学报》编辑部”)