DOI: 10.16078/j.tribology.2016.04.013

有限长滑动轴承非线性油膜力的近似解法

张永芳[1, 2*], 黑 棣[3], 何介夫[3], 路遵友[3], 吕延军[3]
(1. 西安理工大学 印刷包装与数字媒体学院, 陕西 西安 710048;
2. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;
3. 西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

摘　要: 本文中提出了一种求解有限长径向滑动轴承非线性油膜力的近似解析方法. 在滑动轴承-转子系统非线性动力行为分析中, 油膜力计算模型通常采用"π"油膜假设, 但是, 实际工况中油膜的存在区域并非是"π"区域, 运行时油膜中出现气穴, 破裂成条纹状(即具有Reynolds边界条件). 本文中的近似解析方法采用Reynolds边界条件, 基于变分原理, 运用分离变量法求解油膜的压力分布, 其中油膜压力的周向分离函数通过无限长轴承的油膜压力分布获得, 油膜的破裂终止位置角通过连续条件确定, 轴向分离函数运用变分原理并结合周向函数求得. 计算结果表明: 本文中提出的方法和有限元方法的结果吻合得很好. 在此基础上, 分析了一些轴承参数对油膜压力分布的影响.

关键词: 油膜力; 有限长径向滑动轴承; 分离变量; 变分原理
中图分类号: TH133.3　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 1004-0595(2016)04-0488-07

An Approximate Solution Method for Nonlinear Oil Film Forces of Finite Length Journal Sliding Bearing

ZHANG Yongfang[1, 2*], HEI Di[3], HE Jiefu[3], LU Zunyou[3], LÜ Yanjun[3]
(*1. School of Printing, Packaging Engineering and Digital Media, Shaanxi Xi'an University of Technology, Shanxi Xi'an 710048, China*
2. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China
3. School of Mechanical and Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Shaanxi Xi'an 710048, China)

Abstract: An approximate analytical method is proposed for calculating nonlinear oil film forces of finite length journal sliding bearing. The dynamic "π" oil film assumption is usually taken to determine nonlinear oil film forces in the dynamic analysis of hydrodynamic journal bearing-rotor system. In practice, oil film usually ruptures, and then cavitation arises, cavitaion of oil film results in Reynolds boundary conditions, i.e., oil film field is not "π" zone in the lubrication. In this paper, based on the variational principle, the method of separation of variables was employed to obtain the pressure distribution with Reynolds boundary conditions. The pressure distribution of infinite long journal bearing model was taken as a circumferential separable function of the pressure distribution. The termination positions of oil film in circumferential direction were determined by using the continuity condition. The axial separable function of the pressure distribution was obtained by the variational principle and the circumferential separable function. The results calculated by the proposed method were in good agreement with the oil film forces by the finite element method. Meanwhile, the influence of the bearing parameters on the pressure distribution was also analyzed.

Received 14 May 2015, revised 16 September 2015, accepted 25 November 2015, available online 28 July 2016.
* Corresponding author. E-mail: zhangyf@xaut.edu.cn, Tel: +86-29-82312513.
The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (51505375), Open Project of State Key Laboratory of Mechanical Transmission (SKLMT-KFKT-201510) and Scientific Research Program of Shaanxi Provincial Education Department of China (15JS068, 15JK1549).
国家自然科学基金(51505375)、机械传动国家重点实验室开放课题(SKLMT-KFKT-201510)和陕西省教育厅科学研究计划项目(15JS068和15JK1549)资助.

Key words: oil film forces; finite length journal sliding bearing; separation of variables; variational principle

轴承-转子系统广泛地应用于各类旋转机械中, 轴承-转子系统的稳定性关系到整个旋转机械的安全可靠运行. 轴承-转子系统作为一个典型的非线性系统, 其非线性主要来源于轴承的油膜力, 因此, 有关径向滑动轴承流体润滑的相关研究越来越受到诸多学者的重视, 其中对于轴承-转子系统非线性油膜力的研究显得尤为重要.

近年来, 许多学者在对轴承-转子系统的非线性动力学行为和稳定性进行研究时, 作为支承的径向滑动轴承的油膜力模型主要是基于无限短轴承[1−6]和无限长轴承[7−10]模型. 当轴承的长径比较小时(即无限短轴承假设), 油膜力沿轴承周向的压力远小于轴向压力, 因此周向压力分布可以忽略. 相反, 当轴承的长径比较大时(即无限长轴承假设), 油膜力沿轴承轴向的压力分布可以忽略. 无论是无限短轴承或无限长轴承模型, 它们均是非常简单的模型, 并不能反映实际情况. 为了准确地计算径向滑动轴承的非线性油膜力, 近年来提出了许多数值计算方法[11−15]. 秦平等[11]建立了滑动轴承非线性油膜力的人工神经网络模型, 该模型可以准确地计算圆轴承的非线性油膜力, 可以显著地提高轴承系统的计算效率. 郑铁生等[12]提出了一种Ritz模型来计算非线性油膜力, 不但节约了大量的计算时间, 而且通过引入一个参数, 使提出的模型能够很好地与油膜破裂自由边界吻合. 肖忠会等[13]基于变分不等式提出了一种快速有效地计算非线性油膜力的算法, 该方法将油膜力及其Jacobi矩阵的计算转化为求解具有三对角系数矩阵的线性代数方程组, 节约了计算工作量. 吕延军等[14]采用8节点等参有限元法, 运用变分约束原理同时求得了油膜力及其Jacobi矩阵, 保证了协调的计算精度, 但不增加计算代价. 为了进一步节约计算工作量, 黑棣等[15]基于数据库方法, 建立了单瓦油膜力的数据库, 通过插值运算快速得到了径向滑动轴承的非线性油膜力. 数值方法虽然精确, 但是需要较大的计算工作量.

为了减少径向滑动轴承非线性油膜力的计算时间, 许多学者通过近似解析法计算油膜力[16−20]. 孟志强等[16]基于半Sommerfeld边界假设即“π”油膜假设, 运用分离变量法求得了有限长轴承非线性油膜力的近似解析解, 该近似解析解方法的结果与数值法的计算结果吻合得很好. Vignolo等[17]运用摄动法求得了有限长径向滑动轴承Reynolds方程的近似解析解, 在求解的过程中, 基于“π”油膜假设, 将参数'$(L/D)^2$'(长径比的平方)作为摄动参数, 将Ocvirk数作为扩展参数. 该方法既节约了计算工作量又具有较高的精度. Bastani等[18]运用不同无限短和无限长轴承模型的组合, 近似地求解了有限长轴承的油膜力及油膜力的最大值, 该方法的计算结果与有限元方法的结果吻合得较好. Sfyris等[19]运用分离变量法, 通过相加和相乘的形式提出了油膜压力分布的封闭表达式, 即通过Reynolds方程的一组特解与一组通解得到非线性油膜力的解析表达式. 张永芳等[20]基于Sommerfeld和Ocvirk数, 采用多参数原理, 求得了具有耦合应力流影响的紊流有限宽径向滑动轴承非线性油膜承载力的近似解析解. 这些求解径向滑动轴承非线性油膜力近似解的解析解方法[16−20]均是基于“π”油膜假设(半Sommerfeld边界条件假设), 而实际工况下的径向滑动轴承, 油膜在发散区出现气穴, 并破裂成条纹状(下游Reynolds边界条件或破裂边界条件), 即实际的轴承在工作时具有破裂边界条件. 因此, 我们有必要针对具有下游Reynolds边界条件的径向滑动轴承润滑的Reynolds方程, 寻求求解其油膜压力分布的近似解析解方法.

本文作者针对有限长径向滑动轴承, 基于下游Reynolds边界条件, 运用变分原理和分离变量法, 提出了一种有限长径向滑动轴承近似解的解析解方法. 本文方法将无限长轴承模型的压力分布作为有限长轴承压力分布的周向分离函数, 通过一阶变分原理和周向压力分离函数获得轴向的压力函数, 油膜破裂的终止位置角通过连续性条件确定.

1 有限长径向轴承的非线性油膜力

1.1 轴承的计算坐标

图1给出了动压轴承示意图及其计算坐标, 图2为动压轴承的剖面图. 图1中, O_b为轴承中心, O_j为轴颈中心, θ为偏位角, φ是从O_jO_b延长线(偏位线)顺时针方向转至油膜位置的角度, f_r和f_t分别为作用于轴颈的非线性油膜力的径向和切向分量, f_x和f_y分别为作用于轴颈的非线性油膜力在x和y轴负方向的分量, h为油膜厚度, ω为转子角速度, R为轴承半径, r为轴颈半径, w为轴承载荷. 图2中, B为轴承宽度.

对于有限长径向滑动轴承, 将润滑油膜视为不可压缩的流体, 则其润滑的有量纲Reynolds方程形式为

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{G_\varphi h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{G_z h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=\frac{U}{2}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t} \tag{1}$$

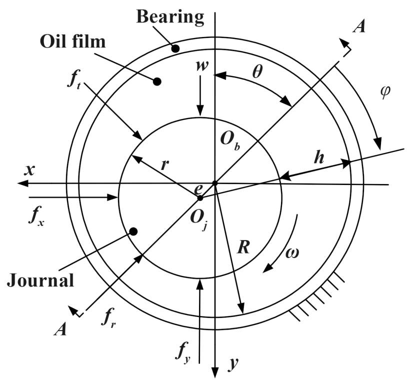


Fig. 1 Calculation coordinate of finite length journal sliding bearing

图1 有限长径向滑动轴承计算坐标

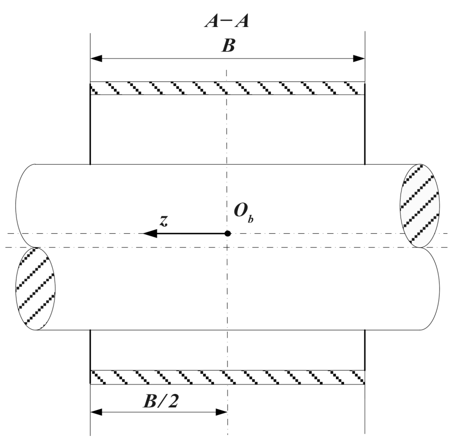


Fig. 2 The cross section of finite length journal sliding bearing

图2 有限长径向滑动轴承剖面图

式中: G_φ和G_z为紊流因子, 在文中G_φ=G_z=1/12(层流), μ为润滑油的动力黏度, p为有量纲油膜的压力分布, x为轴承周向坐标, z为轴承轴向坐标, U为轴颈的周向速度, $h=c+e\cos\varphi$(c为半径间隙, e为偏心距)为油膜厚度.

引入以下无量纲变量

$$\lambda = z/(\frac{B}{2}),\ \ \varepsilon = e/c,\quad \tau = \omega t,\ \ H = 1+\varepsilon\cos\varphi,$$
$$P = p/p_0 \quad \left(p_0 = 2\omega\mu/\psi^2\right) \tag{2}$$

式中: λ为无量纲轴向坐标, τ为无量纲时间, H为无量纲油膜厚度, ε为偏心率, ψ为间隙比, P为无量纲的油膜压力.

将式(2)代入式(1)可得:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^3G_\varphi\frac{\partial P}{\partial\varphi}\right)+\left(\frac{d}{B}\right)^2\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(H^3G_z\frac{\partial P}{\partial\lambda}\right)=$$
$$-\frac{1}{4}\varepsilon(1-2\theta')\sin\varphi+\frac{1}{2}\varepsilon'\cos\varphi \tag{3}$$

式中: ε'为轴承偏心率对时间τ的导数, θ'为轴承偏位角对时间τ的导数.

1.2 油膜力的计算方法

油膜空穴导致下游Reynolds边条即油膜破裂(油膜破裂位置角随着轴颈速度和位移的变化而变化). 在本文中, 油膜破裂的Reynolds边界条件写为

$$\varphi=\varphi_s=0, P=0;$$
$$\varphi=\varphi_c, P=0;$$
$$\varphi=\varphi_c, \frac{\partial P}{\partial\varphi}=0$$

其中：φ_s为油膜的起始角(文中φ_s=0)，φ_c为油膜的终止角，φ_c的取值范围为$\pi\leqslant\varphi_c\leqslant 2\pi$.

运用变分约束原理和分离变量法对式(3)进行求解以获得压力分布的近似解。为了表达方便，将式(3)改写为

$$E(P)=f \tag{4}$$

式中:

$$E(P)=-\frac{\partial}{\partial\varphi}(H^3G_\varphi\frac{\partial P}{\partial\varphi})-\left(\frac{d}{B}\right)^2\frac{\partial}{\partial\lambda}(H^3G_z\frac{\partial P}{\partial\lambda})$$
$$f=\frac{1}{4}\varepsilon(1-2\theta')\sin\varphi-\frac{1}{2}\varepsilon'\cos\varphi$$

式(4)定义在平面(φ, λ)的有界区域Ω上, 边界为Γ, 设$H^1(\Omega)$是Soblev空间, $B(u,v)$: $H^1(\Omega)\times H^1(\Omega)\to R$是强制对称连续双线性泛函,

$$B(u,v)=\iint_\Omega H^3[G_\varphi\frac{\partial u}{\partial\varphi}\frac{\partial v}{\partial\varphi}+$$
$$(\frac{d}{B})^2G_z\frac{\partial u}{\partial\lambda}\frac{\partial v}{\partial\lambda}]\mathrm{d}\Omega, u,v\in H^1(\Omega) \tag{5}$$

$f(v)$是$H^1(\Omega)$上的线性连续泛函:

$$f(v)=\iint_\Omega fv\mathrm{d}\Omega, v\in H^1(\Omega) \tag{6}$$

定义二次泛函:

$$J(v)=\frac{1}{2}B(u,v)-f(v), v\in H^1(\Omega) \tag{7}$$

根据润滑力学第一变分原理, 满足式(4)的解P满足如下泛函极值问题:

令$P\in K$,

$$J(P)=\min_{v\in K}J(v) \tag{8}$$

式中检验函数集K是$H^1(\Omega)$中非空闭凸集. 反之, 若P是式(8)的解, 且$P\in C^2(\Omega)$ (表示定义在Ω上二阶连续可导函数的全体), 则P也是式(4)的解.

油膜压力只存在于油膜收敛区，则式(8)只在

$0\leqslant\varphi\leqslant\varphi_c$和$-1\leqslant\lambda\leqslant1$范围内成立. 运用分离变量法, 假设试验函数$P(\varphi,\lambda)=P^*(\varphi)\zeta(\lambda)$, 其中$P^*(\varphi)$是关于$\varphi$的未知函数, $\zeta(\lambda)$是λ的未知函数. 将试验函数$P(\varphi,\lambda)=P^*(\varphi)\zeta(\lambda)$代入式(7)可得:

$$J(P)=\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\lambda\int_{\varphi_s}^{\varphi_c}\frac{H^3}{2}\begin{bmatrix} G_\varphi\zeta^2(\lambda)\left[\dfrac{\partial P^*(\varphi)}{\partial\varphi}\right]^2+ \\ \left(\dfrac{d}{B}\right)^2 G_z[P^*(\varphi)]^2\times \\ \left[\dfrac{\partial\zeta(\lambda)}{\partial\lambda}\right]^2 \end{bmatrix}\mathrm{d}\varphi-\int_{-1}^{1}\zeta(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda\int_{\varphi_s}^{\varphi_c}fP^*(\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{9}$$

令:

$$\begin{cases} V=G_z\int_{\varphi_s}^{\varphi_c}H^3[P^*(\varphi)]^2\mathrm{d}\varphi \\ W=G_\varphi\int_{\varphi_s}^{\varphi_c}H^3\left[\dfrac{\mathrm{d}P^*(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}\right]^2\mathrm{d}\varphi \\ K=-\int_{\varphi_s}^{\varphi_c}fP^*(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi \end{cases} \tag{10}$$

将式(10)代入(9)得:

$$J(P)=\int_{-1}^{1}\left[\frac{W}{2}\zeta^2(\lambda)+\frac{V}{2}\left(\frac{d}{B}\right)^2\left(\frac{\mathrm{d}\zeta(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2+K\zeta(\lambda)\right]\mathrm{d}\lambda \tag{11}$$

对式(11)取一阶变分, 由极值条件得:

$$\delta J(P)=\int_{-1}^{1}\left[-V\left(\frac{d}{B}\right)^2\frac{\mathrm{d}^2\zeta(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda^2}+W\zeta(\lambda)+K\right]\delta\zeta(\lambda)\mathrm{d}\lambda=0 \tag{12}$$

由于$P^*(\varphi)$符合一阶变分条件, 故有$W=-K$.
式(12)变为

$$\frac{\mathrm{d}^2\zeta(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda^2}-\frac{W}{V}\left(\frac{B}{d}\right)^2[\zeta(\lambda)-1]=0 \tag{13}$$

由式(13)即可求解出$\zeta(\lambda)$.

$$\zeta(\lambda)=1-\frac{\cosh(\sqrt{C}\lambda)}{\cosh(\sqrt{C})}=1-\frac{\cosh\left[\dfrac{B}{d}\left(\dfrac{W}{V}\right)^{1/2}\lambda\right]}{\cosh\left[\dfrac{B}{d}\left(\dfrac{W}{V}\right)^{1/2}\right]} \tag{14}$$

非线性油膜压力试验函数$P(\varphi,\lambda)=P^*(\varphi)\zeta(\lambda)$中的轴向压力函数$\zeta(\lambda)$可由式(14)求得, 周向压力函数$P^*(\varphi)$可以通过以下的步骤来求得.

假设$B>>d$, 油膜力沿轴向的变化率较其沿周向的变化率可以忽略不计($\dfrac{\partial P}{\partial\lambda}<<\dfrac{\partial P}{\partial\varphi}$), 即$\lambda$方向的压力梯度可忽略, 式(3)可以写为

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^3G_\varphi\frac{\partial P}{\partial\varphi}\right)=-\frac{1}{4}\varepsilon(1-2\theta')\sin\varphi+\frac{1}{2}\varepsilon'\cos\varphi \tag{15}$$

由于$P^*(\varphi)$符合一阶变分条件, 因此将式(15)中的P替换为$P^*(\varphi)$后可得:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^3G_\varphi\frac{\partial P^*}{\partial\varphi}\right)=-\frac{1}{4}\varepsilon(1-2\theta')\sin\varphi+\frac{1}{2}\varepsilon'\cos\varphi \tag{16}$$

对式(16)两次积分, 即可求得$P^*(\varphi)$.

$$\begin{aligned} P^*=&\frac{1}{4G_\varphi}\varepsilon(1-2\theta')\int\frac{\cos\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^3}\mathrm{d}\varphi+\frac{1}{2G_\varphi}\varepsilon'\times \\ &\int\frac{\sin\varphi}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^3}\mathrm{d}\varphi+\frac{1}{G_\varphi}C_1\int\frac{1}{(1+\varepsilon\cos\varphi)^3}\mathrm{d}\varphi+C_2 \end{aligned} \tag{17}$$

式(17) 中的两个待定常数(C_1、C_2)可以由边界条件求得, 当$\varphi=\varphi_c$, $\dfrac{\partial P^*}{\partial\varphi}=0$, 可求出 $C_1=-\dfrac{1}{4}\varepsilon(1-2\theta')\cos\varphi_c-\dfrac{1}{2}\varepsilon'\sin\varphi_c$; 当$\varphi=0$, $P^*=0$, 可求出$C_2=-\dfrac{\varepsilon'}{4G_\varphi\varepsilon(1+\varepsilon^2)}$; 当$\varphi=\varphi_c$, $P^*=0$, 可以求出油膜的终止角φ_c. 求得油膜压力分布的轴向函数后, 油膜压力试验函数$P(\varphi,\lambda)$即可由油膜压力的周向函数和轴向函数的乘积求得.

对油膜压力函数$P(\varphi,\lambda)$在油膜区域积分, 可以得到径向和切向无量纲油膜力F_r和F_t.

$$\begin{cases} F_r=-\int_{-1}^{1}\int_0^{\varphi_c}P\cos\varphi\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\lambda \\ F_t=-\int_{-1}^{1}\int_0^{\varphi_c}P\sin\varphi\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\lambda \end{cases} \tag{18}$$

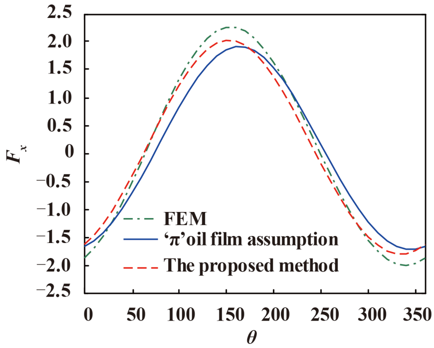
由径向和切向无量纲油膜力F_r和F_t可以求出x和y方向的油膜力分量F_x和F_y.

$$\begin{cases} F_x=F_t\cos\theta+F_r\sin\theta \\ F_y=-F_t\sin\theta+F_r\cos\theta \end{cases} \tag{19}$$

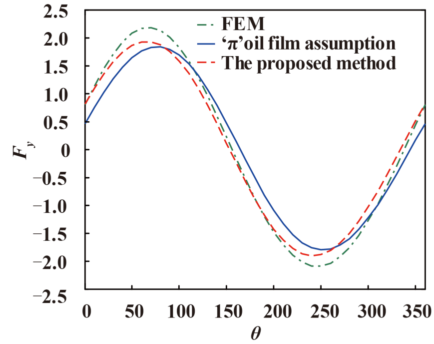
2　数值算例

运用本文方法和文献[14]提出的FEM算法分别求解了有限长径向滑动轴承的非线性油膜力, 通过比较验证了本文方法的正确性, 在此基础上讨论了其他一些参数对非线性油膜力的影响.

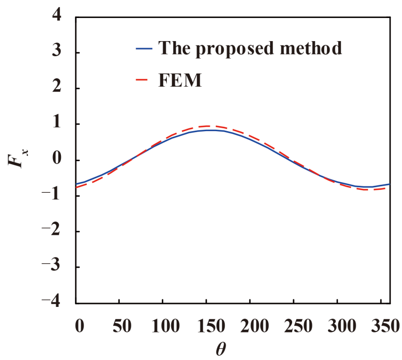
采用360°圆轴承, 图3(a)和(b)分别给出了偏心率$\varepsilon=0.4$, 轴颈在x和y方向的速度分别为$x'=0.01$、$y'=0$, 宽径比B/d为1.0时, 本文方法、“π”油膜假设和FEM算法计算的油膜力随偏位角θ变化的曲线. 图3(c)和(d)是偏心率$\varepsilon=0.4$, 轴颈在x和y方向的速度分别为$x'=0.01$、$y'=0$, 宽径比B/d为0.8时, 本文方法和FEM算法计算的油膜力随偏位角θ变化的曲线. 图4(a)



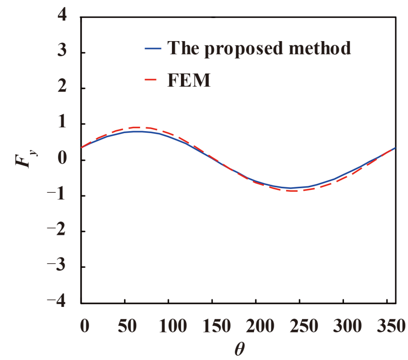
(a) In the x direction for B/d=1.0



(b) In the y direction for B/d=1.0



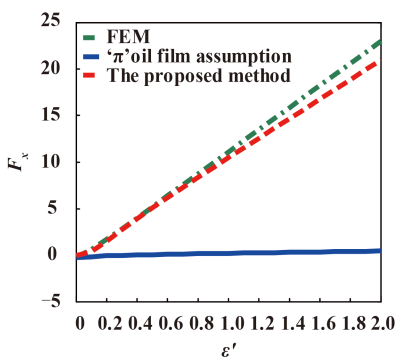
(c) In the x direction for B/d=0.8



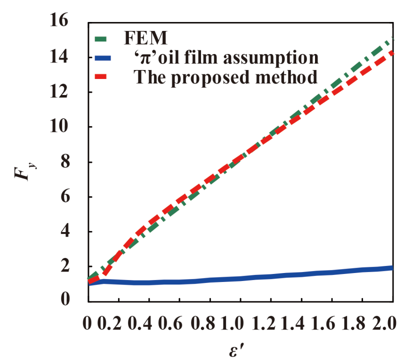
(d) In the y direction for B/d=0.8

Fig. 3 Comparison of the oil film forces calculated by the proposed method, 'π' oil film assumption and FEM *vs* deviation position angle θ in the x and y directions

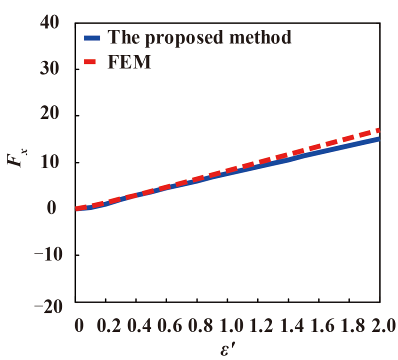
图3 本文方法、"π"油膜假设、有限元方法计算的x和y方向油膜力随偏位角θ变化曲线的比较



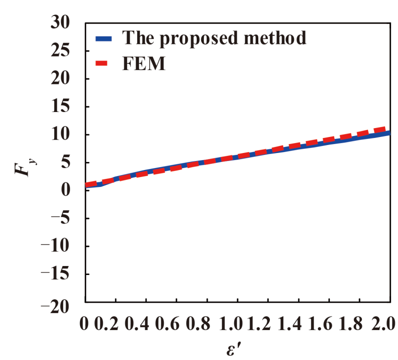
(a) In the x direction for B/d=1.0



(b) In the y direction for B/d=1.0



(c) In the x direction for B/d=0.8



(d) In the y direction for B/d=0.8

Fig. 4 Comparison of the oil film forces calculated by the proposed method, 'π' oil film assumption and FEM *vs* radial velocity ε' in the x and y directions

图4 本文方法、"π"油膜假设、有限元方法计算的x和y方向油膜力随径向速度ε'变化曲线的比较

和(b)给出了偏心率ε=0.4, 偏位角θ=π/3, 切向速度$\varepsilon\theta' = 0$, 宽径比B/d为1.0时, 本文方法、"π"油膜假设和FEM算法计算的油膜力随径向速度ε'变化的曲线. 图4(c)和(d)给出了偏心率ε=0.4, 偏位角θ=π/3, 切向速度$x' = 0.01$, 宽径比B/d为0.8时, 本文方法和FEM算法计算的油膜力随径向速度ε'变化的曲线. 从图3和图4中可以看出, 本文中提出的计算油膜力的方法与FEM的计算结果非常吻合, 从而验证了本文中提出方法的正确性, 但是用"π"油膜假设计算的油膜力与FEM的计算结果差别较大.

图5给出了宽径比B/d=0.8, 轴颈在x和y方向的速度分别为$x' = 0.01$、$y' = 0.01$时, 不同偏心率下油膜终止位置角φ_c随偏位角θ的变化曲线. 从图5中可以看出: 油膜终止位置角φ_c始终在确定的范围内(π≤φ_c≤2π), 当偏心率小时, 同一偏位角所对应的油膜终止位置角大. 图6给出了偏位角θ=π/6, 轴承的宽径比B/d=0.8时, 不同偏心率ε下无量纲油膜力F_x和F_y随径向速度ε'的变化曲线. 从图6中可以看出, 油膜力随径向速度ε'线性变化, 斜线的斜率均为正值; 当偏心率由0.4增加为0.9时, 斜线的斜率也逐渐增大. 图7

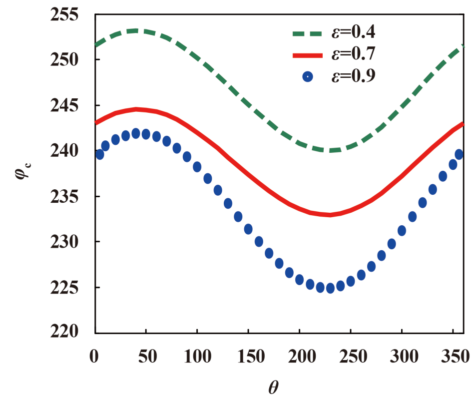
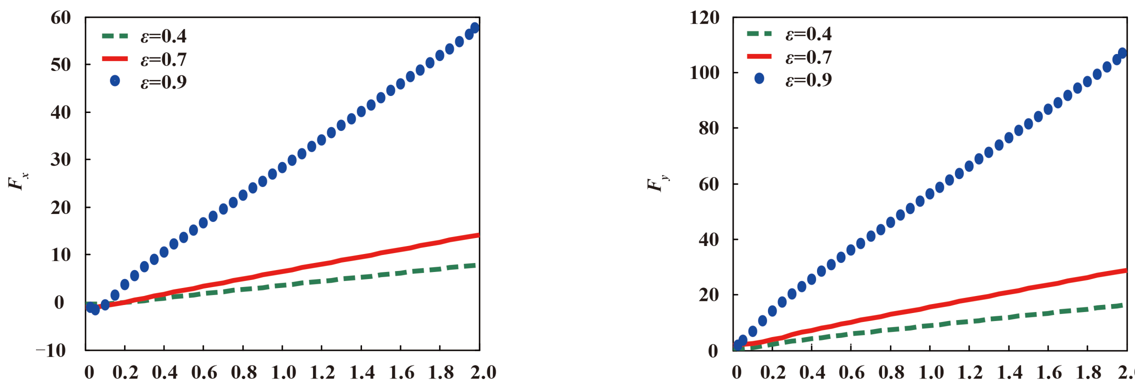


Fig. 5 Termination position angle φ_c *vs* the deviation position angle θ

图5 油膜终止位置角φ_c随偏位角θ的变化曲线

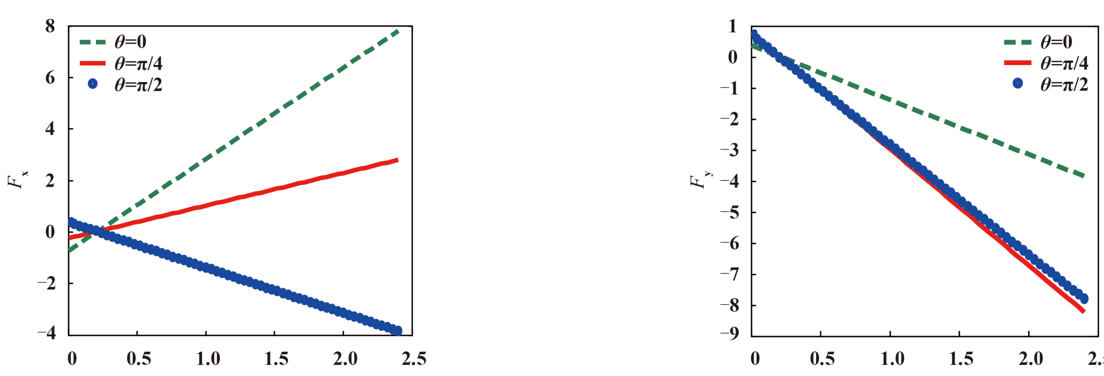


(a) The oil film force F_x *vs* the radial velocity ε' for different eccentric ratio ε

(b) The oil film force F_y *vs* the radial velocity ε' for different eccentric ratio ε

Fig. 6 The oil film forces F_x and F_y versus the radial velocity for different eccentric ratio ε'

图6 不同偏心率时, x和y方向油膜力随径向速度ε'的变化曲线



(a) The oil film force F_x *vs* the tangential velocity $\varepsilon\theta'$ for different deviation position angle θ

(b) The oil film force F_y *vs* the tangential velocity $\varepsilon\theta'$ for different deviation position angle θ.

Fig. 7 The oil film forces F_x and F_y versus the tangential velocity for different deviation position angle θ

图7 不同偏位角θ时, x和y方向油膜力随切向速度的变化曲线

给出了轴承的宽径比B/d=0.8, 偏心率ε=0.4, 轴颈在x和y方向的速度分别为$x' = 0.01$、$y' = 0.01$时, 不同偏位角θ下无量纲油膜力F_x和F_y随切向速度$\varepsilon\theta'$的变化曲线. 从图7中可以看出, 油膜力随切向速度$\varepsilon\theta'$线性变化. 从图7(a)中可以看出, 当偏位角由0变化为$\pi/2$时, 斜线的斜率由正值变为负值, 斜率的绝对值先减小后增大. 但在图7(b)中, 斜线的斜率均为负值, 当偏位角由0变化到$\pi/4$时, 斜率的绝对值增加, 当偏位角由$\pi/4$变化到$\pi/2$时, 斜率的绝对值减小, 但减小的幅度较小.

3 结论

基于油膜破裂边界条件(下游Reynolds边界条件), 运用变分原理和分离变量法, 提出了一种计算有限长径向滑动轴承非线性油膜力近似解的解析解方法, 通过与FEM算法的结果进行比较, 验证了本文方法的正确有效性. 采用本文方法, 同时计算分析了轴承参数对非线性油膜力的影响.

a. 将油膜压力分布函数$P(\varphi, \lambda)$看作是两个独立函数的乘积, 即$P(\varphi, \lambda)=P^*(\varphi)\zeta(\lambda)$. 将无限长轴承压力分布函数看作是周向压力函数$P^*(\varphi)$, 而轴向压力分布函数$\zeta(\lambda)$则由变分原理和周向函数$P^*(\varphi)$求得. 本文的方法可以有效地计算有限长径向滑动轴承的非线性油膜力.

b. 随着偏位角θ的变化, 油膜终止位置角φ_c始终在π到2π之间, 对于同一偏位角θ, 偏心率ε越小, 油膜终止位置角φ_c越大.

c. 油膜力随径向速度ε'线性变化, 当偏心率ε由0.4增加为0.9时, 斜线的斜率为正值, 且逐渐增大; 油膜力随切向速度$\varepsilon\theta'$线性变化, 随着偏位角θ的增加, 轴承x方向上的油膜力F_x对切向速度$\varepsilon\theta'$的变化率逐渐降低; 轴承y方向上的油膜力F_y随切向速度$\varepsilon\theta'$的增加而减少.

参 考 文 献

[1] Wang L G, Cao D, Huang W H. Nonlinear coupled dynamics of flexible blade-rotor-bearing systems[J]. Tribology International, 2010, 43(4): 759–778.

[2] Castroa H F, Cavalca K L, Nordmann R. Whirl and whip instabilities in rotor-bearing system considering a nonlinear force model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 317(1-2): 273–293.

[3] Xie W H, Tang Y G, Chen Y S. Analysis of motion stability of the flexible rotor-bearing system with two unbalanced disks[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 310(1-2): 381–393.

[4] Jing J P, Meng G, Sun Y, et al. On the non-linear dynamic behavior of a rotor–bearing system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 274(3-5): 1031–1044.

[5] Wang J G, Zhou J Z, Dong D W, et al. Nonlinear dynamic analysis of arub-impact rotor supported by oil film bearings[J]. Archive of Applied Mechanics, 2013, 83(3): 413–430.

[6] Wang J K, Khonsari M M. Bifurcation analysis of a flexibe rotor supported by two fluid-film journal bearings[J]. ASME Journal of Tribology, 2006, 128(3): 594–603.

[7] Li D X, Xu J X. A method to determine the periodic solution of the non-linear dynamics system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(1-2): 1–16.

[8] Chang J C W. Non-linear dynamic analysis of dual flexible rotors supported by the long journal bearings[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(6): 844–866.

[9] Wang J K, Khonsari M M. Effects of oil inlet pressure and inlet position of axially grooved infinitely long journal bearings, part I: analytical solutions and static performance[J]. Tribology International, 2008, 41(2): 119–131.

[10] Wang J K, Khonsari M M. Effects of oil inlet pressure and inlet position of axially grooved infinitely long journal bearings, part II: nonlinear instability analysis[J]. Tribology International, 2008, 41(2): 132–140.

[11] Qin Ping, Meng Zhiqiang, Zhu Jun. BP network model for nonlinear oil-film force on hydrodynamic bearing[J]. Tribology, 2002, 22(3): 226–231(in Chinese) [秦平, 孟志强, 朱均. 滑动轴承非线性油膜力的神经网络模型[J]. 摩擦学学报, 2002, 22(3): 226–231].

[12] Zheng T S, Yang S H, Xiao Z H, et al. A ritz model of unsteady oil-film forces for nonlinear dynamic rotor-bearing system[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2004, 71(2): 219–224.

[13] Xiao Z H, Wang L P, Zheng T S. An efficient algorithm for fluid force and its jacobian matrix in journal bearing[J]. ASME Journal of Tribology, 2006, 128(2): 291–295.

[14] Lu Y J, Ji L F, Zhang Y F, et al. Dynamic behaviours of the rotor non-linear system with fixed-tilting-pad journal bearings support[J]. IMechE Part J: Journal of Engineering Tribology, 2010, 224(10): 1037–1047.

[15] Hei Di, Lu Y J, Zhang Y F, et al. Nonlinear dynamic behaviors of a rod fastening rotor supported by fixed-tilting pad journal bearings[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2014, 69: 129–150.

[16] Meng Zhiqiang, Zhang Gongxue, Zhu Jun, et al. A approximate variational approach of non-linear oil film force of hydrodynamic bearing[J]. Tribology, 2003, 23(2): 141–144(in Chinese) [孟志强, 张功学, 朱均, 等. 一种滑动轴承非线性油膜力变分近似计算方法[J]. 摩擦学学报, 2003, 23(2): 141–144].

[17] Vignolo G G, Barilá D O, Quinzani L M. Approximate analytical solution to Reynolds equation for finite length journal bearings[J]. Tribology International, 2011, 44(10): 1089–1099.

[18] Bastani Y, Queiroz M D. A new analytic approximation for the hydrodynamic forces in finite-length journal bearings[J]. ASME Journal of Tribology, 2010, 132(1): 014502-1–9.

[19] Sfyris D, Chasalevris A. An exact analytical solution of the Reynolds equation for the finite journal bearing lubrication[J]. Tribology International, 2012, 55: 46–58.

[20] Zhang Y F, Wu Peng, Guo Bo, et al. Approximate solution of oil film load-carrying capacity of turbulent journal bearing with couple stress flow[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(1): 106–114.